



UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARÁ  
CAMPUS BELÉM  
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA ELÉTRICA

CARLOS ROOZEMBERGH PORTO DA SILVA JUNIOR

**PROJETO DE CONTROLADOR BASEADO EM INEQUAÇÕES MATRICIAIS  
LINEARES APLICADO A UM SISTEMA MULTICONVERSOR SUJEITO À  
INCERTEZAS PARAMÉTRICAS**

DM 18/2024

Belém  
2024

CARLOS ROOZEMBERGH PORTO DA SILVA JUNIOR

**PROJETO DE CONTROLADOR BASEADO EM INEQUAÇÕES MATRICIAIS  
LINEARES APLICADO A UM SISTEMA MULTICONVERSOR SUJEITO À  
INCERTEZAS PARAMÉTRICAS**

Dissertação submetida ao Programa de Pós-Graduação  
em Engenharia Elétrica da Universidade Federal do  
Pará para a obtenção do título de Mestre em Enge-  
nharia Elétrica.

:

DM 18/2024

Belém  
2024

**“PROJETO DE CONTROLADOR ROBUSTO PARA CONVERSORES EM CASCATA”**

**AUTOR: CARLOS ROOZEMBERG PORTO DA SILVA JÚNIOR**

DISSERTAÇÃO DE MESTRADO SUBMETIDA À BANCA EXAMINADORA APROVADA PELO COLEGIADO DO PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA ELÉTRICA, SENDO JULGADA ADEQUADA PARA A OBTENÇÃO DO GRAU DE MESTRE EM ENGENHARIA ELÉTRICA NA ÁREA DE SISTEMAS DE ENERGIA ELÉTRICA.

APROVADA EM: 23/08/2024

**BANCA EXAMINADORA:**

---

**Prof. Dr. Walter Barra Júnior**  
(Orientador – PPGEE/ITEC/UFPA)

---

**Prof. Dr. Antônio da Silva Silveira**  
(Avaliador Interno – PPGEE/ITEC/UFPA)

---

**Prof. Dr. Erick Melo Rocha**  
(Avaliador Externo – IESAM)

---

**Prof.<sup>a</sup> Dr.<sup>a</sup> Rejane de Barros Araújo**  
(Avaliadora Externa – IFPA)

**VISTO:**

---

**Prof. Dr. Diego Lisboa Cardoso**  
(Coordenador do PPGEE/ITEC/UFPA)

**Dados Internacionais de Catalogação na Publicação (CIP) de acordo com ISBD  
Sistema de Bibliotecas da Universidade Federal do Pará  
Gerada automaticamente pelo módulo Ficat, mediante os dados fornecidos pelo(a)  
autor(a)**

---

P839p Porto da Silva Junior, Carlos Roozembergh.  
PROJETO DE CONTROLADOR BASEADO EM  
INEQUAÇÕES MATRICIAIS LINEARES APLICADO A UM  
SISTEMA MULTICONVERSOR SUJEITO À INCERTEZAS  
PARAMÉTRICAS / Carlos Roozembergh Porto da Silva  
Junior. — 2024.  
63 f. : il. color.

Orientador(a): Prof. Dr. Walter Barra Junior  
Dissertação (Mestrado) - Universidade Federal do Pará,  
Instituto de Tecnologia, Programa de Pós-Graduação em  
Engenharia Elétrica, Belém, 2024.

1. Microrredes. 2. Controle. 3. LMI. 4. Conversor  
Buck. 5. CPL. I. Título.

CDD 621.3191

---

## **AGRADECIMENTOS**

Agradeço aos meus pais, Bergh e Neibe, pelo suporte não somente no período do mestrado como na vida, pois não haveria como chegar ao mestrado sem os incentivos, ensinamentos, carinho e o afeto por eles dado em toda minha vida. Agradeço a minha irmã, Karla, por sempre acreditar na minha capacidade e me apoiar em todos os meus esforços. Agradeço a minha namorada, Larissa, por sempre estar do meu lado, nos momentos bons e momentos críticos de todo este caminho, me dando alegria, leveza e me inspirando a melhorar sempre.

Agradeço a tia Beth e minha vó Elizabeth pelo apoio em toda minha vida e por sempre me fazerem acreditar no caminho dos estudos. Agradeço aos meus amigos Chimbica, Lola, Daisy e Farofa por sempre serem motivo de alegria e descontração até nos dias mais difíceis.

Agradeço aos amigos do laboratório da UFPA Eder, Alessandra, Wenilton, Victor, Paulo, Allan e Matheus por todo o esforço e empenho em me auxiliar na confecção desta obra e pelas conversas e momentos de descontração criando um ambiente leve e saudável. Aos amigos que a vida me deu, Pedro, Thales, Morhy, Gustavo, João, Maia, Lilya e Anami pelo companheirismo e apoio de sempre. Agradeço em especial ao meu orientador Prof. Walter Barra Júnior, pelos ensinamentos e orientações que recebi desde meu ingresso no grupo de controle. E agradeço pela oportunidade de tornar este trabalho possível.

Agradeço a UFPA e a CAPES pelo suporte acadêmico e financeiro prestado durante o meu período como mestrando.

## RESUMO

Os sistemas de conversão são dispositivos de grande importância nos sistemas elétricos e sistemas embarcados cuja aplicação está presente em ambientes variados, principalmente nos tempos atuais, visto que diversos componentes de níveis e fontes de tensão estão interligados em um único sistema. Dessa forma são investigados métodos de estudo dinâmico desta rede a partir de abordagens que simplificam a rede considerando os modos de velocidade e chaveamento dos demais sistemas de conversão, onde ocorre a simplificação de sistemas velozes para cargas de potência constante (CPL), de forma que e por esse método é avaliado as condições de estabilidade da rede. O estudo permite observar que as CPL atuam como uma resistência incremental negativa, de forma que analisando a partir de um modelo linear é observado que essa carga diminui o amortecimento do sistema, diminuindo suas margens de estabilidade, podendo tornar o sistema instável. Soma-se a esse efeito incertezas nos componentes físicos do circuito, afetando também a estabilidade e desempenho das microrredes. Sendo assim o projeto de reguladores para a atenuação das oscilações advindas desses efeitos se tornam de grande importância para garantia do correto desempenho desses sistemas. Neste trabalho é projetado um controlador robusto às incertezas e capaz de atenuar oscilações na presença de carga de potência constante, de forma que este controlador é implementado em uma microrrede composta por dois conversores abaixadores de tensão contínua (Conversor Buck) em cascata, onde um deles é modelado como uma CPL. O modelo do sistema é usado tanto para análise de estabilidade quanto para projeto do controlador robusto em espaço de estado, de forma que a síntese do compensador é estruturado em formato de desigualdade matricial linear cuja solução é obtido através de ferramentas envolvendo otimização de sistemas. Os resultados do controlador são comparados com outro controlador baseado em alocação de pólos, em modelos lineares e modelos não lineares chaveados, na plataforma de simulação matemática Matlab/Simulink, onde são avaliados resposta transitória e sinal de controle graficamente e por meio de índices de desempenho em diversas condições de operação, envolvendo desde perturbações de cargas à variação de parâmetros do sistema.

**Palavras-chave:** Microrredes. CPL. Controle. LMI. Conversor Buck

## ABSTRACT

Conversion systems are critically important devices in electrical systems across various environments, especially in modern times, as multiple components with different voltage levels and sources are interconnected within a single system. Consequently, dynamic study methods of this network are examined using approaches that simplify the network based on speed modes and switching of other conversion systems, wherein fast systems are simplified to constant power loads (CPL). This method evaluates the network's stability conditions. The study reveals that CPLs act as negative incremental resistances, and when analyzed through a linear model, it is observed that such loads reduce system damping, thereby decreasing stability margins and potentially rendering the system unstable. Additionally, uncertainties in the physical components of the circuit further affect the stability and performance of microgrids. Hence, designing regulators to mitigate oscillations caused by these effects becomes crucial to ensure the proper performance of these systems. In this work, a robust controller is designed to handle uncertainties and attenuate oscillations in the presence of constant power loads. This controller is implemented in a microgrid composed of two cascaded DC-DC buck converters, one of which is modeled as a CPL. The system model is utilized for both stability analysis and robust controller design in state space, where the compensator synthesis is structured in the form of a linear matrix inequality, solved using system optimization tools. The controller's results are compared with another controller based on pole placement in both linear and nonlinear switched models, within the Matlab/Simulink simulation platform. Transient response and control signals are evaluated graphically and through performance indices under various operating conditions, including load disturbances and system parameter variations.

**Keywords:** Microgrid. CPL. Linear Matrix Inequality. Control. Buck Converter

## LISTA DE FIGURAS

Figura 1 – Diagrama Típico de uma microrrede CC. . . . .	12
Figura 2 – Modelo de Microrrede Baseado em Conversores. . . . .	13
Figura 3 – Pesquisas de Compensação de CPLs de 2000 - 2017 . . . . .	13
Figura 4 – Conversor Buck . . . . .	19
Figura 5 – Buck - Chave fechada . . . . .	20
Figura 6 – Buck - Chave aberta . . . . .	20
Figura 7 – Buck - Chave aberta . . . . .	21
Figura 8 – Multiconversor - Buck . . . . .	22
Figura 9 – Multiconversor - Buck . . . . .	23
Figura 10 – Multiconversor - Buck . . . . .	23
Figura 11 – Plano de Fases do Multiconversor . . . . .	27
Figura 12 – Sistema convexo . . . . .	30
Figura 13 – Sistema não convexo . . . . .	30
Figura 14 – Exemplo de Estrutura de Problema em formato de LMI . . . . .	31
Figura 15 – Região de Desempenho 1 . . . . .	33
Figura 16 – Exemplo Estrutura politópica . . . . .	35
Figura 17 – Malha Fechada do Sistema com Controlador em Espaço de Estados	37
Figura 18 – Adição de Integrador na Entrada do Processo . . . . .	38
Figura 19 – Malha Fechada do Sistema com Controlador em Espaço de Estados	39
Figura 20 – Diagrama de Projeto do Controlador Robusto . . . . .	41
Figura 21 – Resposta em Malha Aberta do Sistema Multiconversor . . . . .	43
Figura 22 – Resposta em Frenquência em Malha Aberta do Sistema Multiconversor	43
Figura 23 – Curvas de Sensibilidade e Sensibilidade Complementar. . . . .	44
Figura 24 – Localização do Polos da Planta linear na Presença de Incertezas Paramétricas . . . . .	45
Figura 25 – Localização dos Polos de Malha Fechada . . . . .	47
Figura 26 – Resposta ao Degrau dos Vertices em Malha Fechada . . . . .	47
Figura 27 – Estrutura de Controle RST Continuo . . . . .	48
Figura 28 – Resposta em Frequência dos Sistemas em Malha Aberta. . . . .	50
Figura 29 – Resposta dos Controladores à Pertubação Na Entrada do Modelo Linear Nominal . . . . .	51
Figura 30 – Resposta dos Controladores no Modelo Linear Nominal . . . . .	52
Figura 31 – Resposta dos Controladores à Pertubação Na Saída do Modelo Li- near Nominal . . . . .	53
Figura 32 – Sinal de Controle à Pertubação Na Saída do Modelo Linear Nominal	53
Figura 33 – Modelo Não Linear Chaveado do Conversor Primário . . . . .	54
Figura 34 – Modelo Não Linear Chaveado do Conversor Secundário . . . . .	54

Figura 35 – Diagrama de Blocos do Controlador Robusto . . . . .	55
Figura 36 – Resposta dos Controladores no Modelo Chaveado à Variação na Referência . . . . .	55
Figura 37 – Resposta dos Controladores à Variação Na Tensão de Entrada(Sinal de Saída) . . . . .	56
Figura 38 – Resposta dos Controladores à Variação Na Tensão de Entrada(Sinal de Controle) . . . . .	57
Figura 39 – Resposta dos Controladores à Variação na Carga do Conversor Primário (Sinal de Saída) . . . . .	58
Figura 40 – Resposta dos Controladores à Variação na Carga do Conversor Primário (Sinal de Controle) . . . . .	58
Figura 41 – Resposta dos Controladores à Variação na Carga de Potência Constante (Sinal de Saída) . . . . .	59
Figura 42 – Resposta dos Controladores à Variação na Carga de Potência Constante (Sinal de Controle) . . . . .	60
Figura 43 – Localização do Polos do Sistema em Malha Fechada na presença de Incertezas . . . . .	61

## LISTA DE TABELAS

Tabela 1 – Valor de Componentes para Análise de Estabilidade . . . . .	26
Tabela 2 – Pontos de Operação para Análise Estabilidade . . . . .	26
Tabela 3 – Valor de Componentes . . . . .	42
Tabela 4 – Pontos de Operação . . . . .	43
Tabela 5 – Parâmetros Desejados para Sintonia do Controlador RST . . . . .	49
Tabela 6 – Parâmetros do Controlador RST . . . . .	49
Tabela 7 – Margens de Estabilidade . . . . .	51
Tabela 8 – Índices de Desempenho da Simulação à Variação de Referência no Modelo Linear . . . . .	52
Tabela 9 – Índices dos Controladores à Perturbação Na Saída do Modelo Linear Nominal . . . . .	54
Tabela 10 – Índices de Desempenho de Simulação à Variação na Referência no Modelo Chaveado . . . . .	56
Tabela 11 – Índices de Desempenho de Simulação à Variação na Tensão de Entrada no Modelo Chaveado . . . . .	57
Tabela 12 – Índices de Desempenho de Resposta à Variação de Carga . . . . .	59
Tabela 13 – Índices de Desempenho de Resposta à Variação de Carga de Po- tência Constante . . . . .	59

## SUMÁRIO

<b>1</b>	<b>INTRODUÇÃO</b>	<b>12</b>
1.1	OBJETIVOS	15
<b>1.1.1</b>	<b>Objetivo Geral</b>	<b>15</b>
<b>1.1.2</b>	<b>Objetivos Específicos</b>	<b>15</b>
1.2	METODOLOGIA	16
<b>2</b>	<b>MODELAGEM E ESTUDO DO SISTEMA MULTICONVERSOR</b>	<b>18</b>
2.1	CONVERSORES DE POTÊNCIA	18
2.2	CONVERSOR BUCK	19
2.3	ESQUEMA MULTICONVERSOR	22
<b>2.3.1</b>	<b>Modelagem</b>	<b>23</b>
<b>2.3.2</b>	<b>Linearização do Conversor em MCC</b>	<b>24</b>
<b>2.3.3</b>	<b>Análise de Estabilidade do Conversor</b>	<b>26</b>
<b>3</b>	<b>CONTROLADOR ROBUSTO</b>	<b>29</b>
3.1	INEQUAÇÃO MATRICIAL LINEAR	29
<b>3.1.1</b>	<b>Descrição e Propriedades das LMIs</b>	<b>30</b>
<b>3.1.2</b>	<b>Restrição de Desempenho</b>	<b>32</b>
3.2	INCERTEZA	34
<b>3.2.1</b>	<b>Incerteza Politópica</b>	<b>35</b>
3.3	REALIMENTAÇÃO DE ESTADOS	36
3.4	ESTRUTURAÇÃO DA REALIMENTAÇÃO DE ESTADOS ROBUSTA EM FORMATO LMI	39
<b>4</b>	<b>SIMULAÇÕES E RESULTADOS</b>	<b>42</b>
4.1	ANÁLISE DE MODELAGEM	42
4.2	ANÁLISE DOS CONTROLADORES	46
<b>4.2.1</b>	<b>Análise de Projeto do Controlador Robusto</b>	<b>46</b>
<b>4.2.2</b>	<b>Análise de Projeto do Controlador por Alocação de Polos</b>	<b>48</b>
4.3	RESULTADOS DE SIMULAÇÃO	49
<b>4.3.1</b>	<b>Simulação Modelo Linear</b>	<b>50</b>
4.3.1.1	Resposta em frequência	50
4.3.1.2	Variação de Referência	52
4.3.1.3	Pertubação na Saída do Processo	52
<b>4.3.2</b>	<b>Simulação do Modelo Não Linear Chaveado</b>	<b>54</b>
4.3.2.1	Variação de Referência (Modelo Chaveado)	55
4.3.2.2	Variação na Tensão de Entrada	56
4.3.2.3	Variação de Carga Resistiva no Conversor Primário	57
4.3.2.4	Variação na Carga de Potência Constante	59
<b>4.3.3</b>	<b>Simulação do Modelo de Incertezas</b>	<b>60</b>

<b>5</b>	<b>CONCLUSÃO . . . . .</b>	<b>62</b>
	<b>Referências . . . . .</b>	<b>63</b>

## 1 INTRODUÇÃO

Com o passar dos anos, os métodos de geração, distribuição e transmissão de energia encontram-se como fonte constante de análise e pesquisa frente as necessidades, não somente da diversificação de matrizes energéticas (Solar, Eólica e etc ...), entrando no caminho da energia distribuída, como também ao crescimento de acréscimo de cargas e dispositivos cada vez mais sofisticados à rede, criando dessa forma arranjos e sistemas cada vez mais complexos. Neste contexto a abordagem pelas chamadas microrredes ganha importância, onde de uma maneira geral esses sistemas constituem-se em um grupo local de fontes e cargas o quais funcionam como um sistema único controlável e em sincronia com grandes redes geradoras, as quais atuam nesses sistemas locais em caso de grande demanda e podendo ser isolada em caso do sistema apesar comportamentos não desejados.

Como benefícios desse modelo, além dos já citados anteriormente, destaca-se um melhor uso das energias renováveis, promovendo a diminuição do impacto ambiental dos sistemas de potência. Adicionalmente, este sistema promove a diminuição da dependência de um sistema único de geração e fornecimento de energia para diversos setores, diminuindo dessa forma o uso de geradores privados, como máquinas à diesel, os quais se apresentam com custo elevado (HOSSAIN *et al.*, 2018).

A microrrede apresenta uma dinâmica complexa, visto que sua estrutura deriva da interação de diversos sistemas elétricos, sejam eles cargas ou sistemas de geração distribuídas, sendo que em muitos dessas são necessários várias interfaces entre os dispositivos e cargas conectadas, distribuindo diversos níveis de tensão e variações entre tensões contínuas e alternadas de forma que essas interfaces se apresentam em sua maioria como conversores elétricos de potência podendo ser de corrente alternada ou contínua (Figura 1).

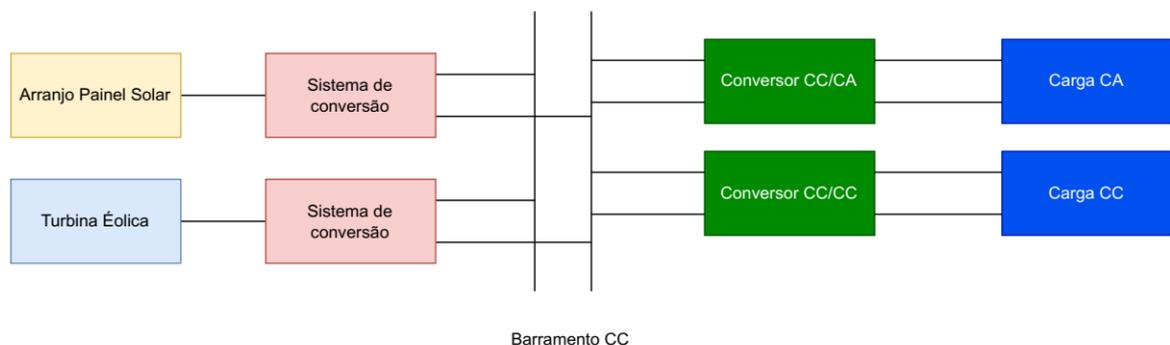


Figura 1 – Diagrama Típico de uma microrrede CC.

Fonte: Autor

Nesse esquema, também conhecido como sistema multiconversores, as interfaces são conectadas de diversas formas, onde tem-se um conversor dito como primário,

alimentando uma série de sistemas elétricos e demais conversores assumidos como secundário (Figura 2).

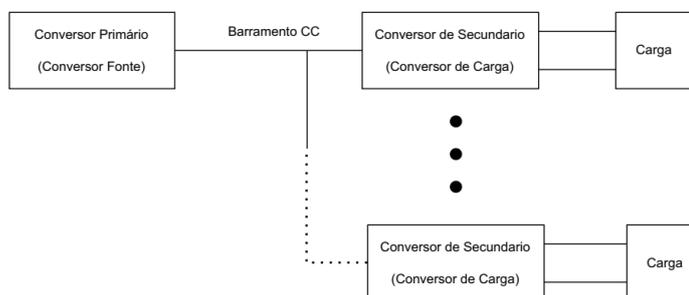


Figura 2 – Modelo de Microrrede Baseado em Conversores.

Fonte: (CHOI; CHO; HONG, 1999)

Do ponto de vista da análise do sistema é muito comum avaliar pela abordagem da velocidade de resposta de cada subsistema elétrico (primários ou secundários), de forma que quando um subsistema apresenta velocidade mais rápida em relação a conversores esse sistema permite ser modelado como uma carga de potência constante (CPL), o que torna o modelo dinâmico mais simples de analisar (DU *et al.*, 2013). Esse tipo de método permitiu a descoberta de diversos problemas, seja em microrredes DC ou AC, com destaque aos problemas relacionados aos conversores de carga, onde observa-se que muitos dos seus sistemas podem afetar a estabilidade da microrrede como um todo.

Dessa forma tornou-se essencial o estudo em sistemas capazes de mitigar os efeitos das CPLs nas microrredes DC e AC de forma que na Figura 3, pode se observar o aumento na pesquisa desses sistemas, no intervalo de 2000 à 2017, para técnicas de compensação de oscilações para esse objetivo e ressaltando a importância das microrredes em cenários futuros.

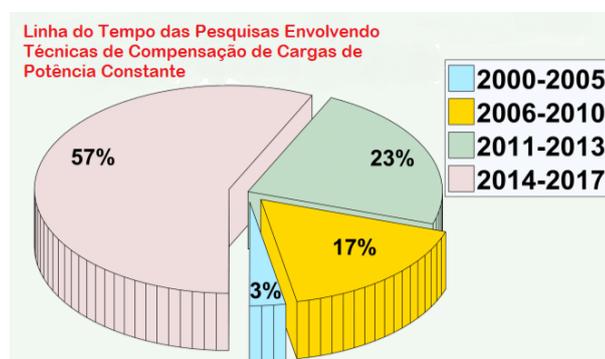


Figura 3 – Pesquisas de Compensação de CPLs de 2000 - 2017

Fonte: Modificado de Hossain *et al.* (2018)

Sendo assim, os avanços e análises desses sistemas tem se intensificado principalmente nos circuitos de corrente contínua, pois verifica-se as microrredes de corrente

continua elimina longos sistemas de transmissão e distribuição, onde boa parte das fontes e sistemas de armazenamento são facilmente combinados com esses modelos de sistemas e adicionalmente, verifica-se que boa parte das carga atuais e mais sofisticadas apresentam potência contínua como requisito (KWASINSKI; ONWUCHEKWA, 2011).

Dentre as soluções propostas para atenuar as oscilações do sistema, são propostos as elaborações de elementos passivos na tentativa de amortecer tais oscilações. Céspedes, Xing e Sun (2011) projeta capacitores, indutores e resistores específicos para aumento da estabilidade da rede, porém segundo Kwasinski e Onwuchekwa (2011) essa alternativa apresenta diversas desvantagens, como o fato de que tal procedimento se apresenta como pouco prático e além de diminuir a eficiência do circuito.

Os reguladores comumente usados na indústria também, como o PID, são utilizados para correção deste problema, porém métodos clássicos como a sintonia por alocação de polos podem ter seu desempenho degradado visto que tal projeto utiliza um modelo no ponto de operação, tornando a operação do sistema limitado. Adicionalmente, verifica-se que esse projeto desconsidera incertezas paramétrica inerentes a esses circuitos. Na tentativa de melhorar a técnica de sintonia por alocação, são utilizadas técnicas envolvendo otimização e otimização robusta, de forma que Marcillo *et al.* (2019) propõe um controlador de estrutura PID utilizando o teorema de Kharitonov para otimização, na tentativa de atenuar oscilações frente a incertezas nos parâmetros de uma microrrede CC.

Ainda na área dos controladores projetados a partir de otimização, vale ressaltar o uso do LQR (*Linear Quadratic Regulator*) por Bessa *et al.* (2019), de forma que o controlador é comparado a um outro sistema em espaço de estados, o qual baseado na equação de Lyapunov em dois modelos de microrrede CC. Adicionalmente, verifica-se em Valente de Bessa *et al.* (2021) a aplicação dos controladores robustos em espaço de estados baseados na minimização da norma  $H_\infty$  e  $H_2$  onde os problemas de controle a serem otimizados são estruturados em formato de LMI (*Linear Matrix Inequality*) de tal forma que esses controladores são comparados em uma microrrede CC.

Andalibi *et al.* (2021) utiliza o controle preditivo MPC (*Model Predictive Control*) na tentativa de usar algumas de suas propriedades como a robustez a cada iteração devido a capacidade de avaliar a natureza futura do sistema baseando-se em horizontes de predição, para estabilizar uma microrrede com carga de potência constante variante no tempo, de forma que seus resultados são comparados com o controlador de modos deslizantes. Ainda na tratativa de cargas de potência constante variantes, Vafamand *et al.* (2019) propõe um controlador MPC baseado em um sistema *Fuzzy Takagi-Sugeno* onde usa-se um observador não linear para estimar a potência da CPL para o sistema de controle MPC-Fuzzy.

Para técnicas envolvendo controle não linear, são estudados métodos envolvendo lógica fuzzy em que Al-Nussairi, Bayindir e Hossain (2017) controla uma microrrede CC por meio de um controlador Fuzzy puramente baseado em regras. Pathan, Thosar e Dhote (2018) projeta o controlador por modos deslizantes para regular um barramento CC, de forma que nesse artigo o controlador é comparado com o PID, testando-se o sistema em diversas condições de operação. Hassan e He (2020) utiliza o sistema PBC (*Passivity-Based Control*) em paralelo com observador de perturbações não lineares na tentativa de amortecer oscilações fornecidas por cargas de potência constante e por demais subsistemas operando em paralelo ao sistema de conversão primário em uma microrrede CC.

Neste trabalho será realizado um estudo de implementação da técnica de controle robusto por estabilização quadrática em um modelo de uma microrrede CC, de forma que será abordado as considerações dessa rede como desempenho, estabilidade e a metodologia envolvendo a sintonia desse tipo de controlador. O sistema de controle projetado será avaliado por meio de comparações com sistemas de controle mais consolidados para a garantia de funcionamento em processos dessa natureza.

## 1.1 OBJETIVOS

### 1.1.1 Objetivo Geral

Projetar um sistema de controle robusto para uma microrrede de corrente contínua responsável por alimentar uma carga modelada como uma carga de potência constante.

### 1.1.2 Objetivos Específicos

- Apresentar o modelo do conversor que compõe a microrrede, refreenciando suas características e principais componentes.
- Apresentar a carga modelada como carga de potência constante e suas características dinâmicas e influências na microrrede.
- Apresentar estudo completo sobre estabilidade da microrrede proposta conjuntamente com a CPL.
- Estabelecer a ferramenta matemática das inequações matriciais lineares para síntese do controlador robusto.
- Apresentar incertezas presentes no processo a ser controlado.
- Estabelecer a estrutura de controle a ser utilizada no controlador robusto.
- Construir em ambiente de simulação os modelos lineares e não lineares do processo.

- Simular controladores nos modelos obtidos, conjuntamente com a sintonia realizada.
- Analisar os resultados obtidos.

## 1.2 METODOLOGIA

Este trabalho tem como principal objetivo investigar estratégias de controle de robusto em uma microrrede composta por dois conversores de corrente contínua abaixadores de tensão em cascata, onde um dos conversores será considerado como uma carga de potência constante.

Primeiramente, serão investigados os métodos de modelagem do circuito abaixador de tal forma que nesse estudo prévio será analisado o modelo linear e não linear na presença de uma carga puramente resistiva. Em seguida, será abordado por meio da pesquisa bibliográfica a modelagem de conversores como cargas de potência constante e em seguida será estudada a influência desta carga na estabilidade dinâmica da microrrede seja em modelo linear ou não linear. O estudo dinâmico será realizado no modelo não linear por meio da abordagem do plano de fase, no qual consiste na análise de trajetórias em relação ao ponto de equilíbrio do sistema, enquanto que para o modelo linear é utilizada abordagem pela estabilidade assintótica, a qual se baseia na localização dos polos dinâmicos do modelo linear.

De posse do modelo matemático, será desenvolvido um simulador em ambiente computacional fazendo uso do software Matlab/Simulink, utilizando o toolbox “power-sim”, de modo a desenvolver um simulador com as características não lineares do sistema, objetivando assemelhar a resposta simulada ao sistema real.

Na etapa seguinte será investigada a abordagem do controle robusto à incertezas paramétricas, as quais são apresentadas como estruturas definidas como politopos. Para a organização do problema serão estabelecidas as ferramentas matemáticas necessárias, onde para o problema de estabilização quadrática é utilizado o conceito das desigualdades matriciais lineares. A estrutura de controle do sistema é definida como a regulação dos estados dinâmicos do sistema por meio da realimentação, porém tal estrutura será expandida afim de atender mais objetivos de controle além da regulação como seguimento de referência e rejeição de perturbação em baixa frequência. Por fim, é realizada a síntese do controlador, onde a estrutura de controle e as incertezas paramétricas são inseridos na equação de estabilidade geral de Lyapunov, gerando um conjunto de restrições (Inequações) a serem resolvidas por métodos de busca baseados em otimização numérica.

Na etapa de simulação são analisados os comportamentos do modelo linear e do processo no simulador na presença do controlador robusto em comparação ao controlador sintonizado por alocação de polos em estrutura RST utilizando índices ISE

e ISU, os quais estão relacionados, respectivamente, ao desempenho e ao esforço de controle . Nessas simulações serão realizados testes de variação de referência, perturbação na saída e na entrada, e de variação de parâmetros

## 2 MODELAGEM E ESTUDO DO SISTEMA MULTICONVERSOR

Neste capítulo será estudada a dinâmica de uma microrrede de corrente contínua, de forma que primeiramente esse estudo será baseado na análise do modelo linear e não linear de maneira individual das topologias de circuito que a compõe, e posteriormente será realizado o estudo da microrrede em sua totalidade a partir do comportamento das chamadas CPLs. Para estes procedimentos será feita uma modelagem fenomenológica de todos os circuitos envolvidos e fazendo as devidas considerações pela literatura para estudo deste comportamento.

### 2.1 CONVERSORES DE POTÊNCIA

Presentes em diversos setores da indústria, os conversores de potência se estabeleceram na indústria pela sua capacidade de unir diversos sistemas e dispositivos elétricos com demandas diversas, sendo assim a rede assume grande flexibilidade para incorporação de elementos variando de dispositivos simples aos mais sofisticados. Dentre as diversas áreas de utilização dos conversores vale destacar:

- Computação
- Telecomunicação
- Aeroespacial
- Equipamentos de Instrumentação
- Medicina

Sua popularidade também é explicada pela alta eficiência dentre os demais métodos de conversão permitida pela comutação em alta frequência de chaves e diodos, assim como a evolução de técnicas de acionamento eletrônico como o sinal de alta frequência modulado por largura de pulso (PWM) (MELLO, 2011).

De uma maneira geral é possível resumir que esses sistemas são dispositivos elétricos capazes de converter uma forma de energia elétrica em outra, sendo assim suas estruturas são diversas devido as possibilidades de conversão, as quais podem ser divididas nas seguintes categorias:

- Retificadores a diodo ou controlados (Conversão CA-CC)
- Conversores CA-CA
- Conversores CC-CA (Inversores)
- Conversores CC-CC (*Choppers*)

No âmbito dos conversores CC-CC, o objetivo reside em transformar uma fonte de corrente contínua fixa em uma fonte de corrente variável, ou seja uma fonte que permite ter seus níveis de tensão e corrente abaixados ou elevados em relação aos níveis de entrada. Com isso suas aplicações se apresentam de maneira muito versátil

nos projetos elétricos abrangendo automóveis elétricos, guindastes portuários, transportadores de mineração e principalmente tecnologias envolvendo energia renovável.

## 2.2 CONVERSOR BUCK

Dentre os conversores de corrente contínua, o conversor Buck, também conhecido como abaixador, consiste em uma das topologias mais simples, sendo que sua função é diminuir o nível de tensão da saída em relação a entrada, de forma que a tensão de saída do circuito tenha a mesma polaridade da tensão de entrada, sendo que segundo Kazimierczuk (2015), o ruído gerado para a saída é baixo, visto que os elementos armazenadores de energia (Capacitor e Indutor) formam um filtro passa baixa conforme pode ser visto na Figura 4.

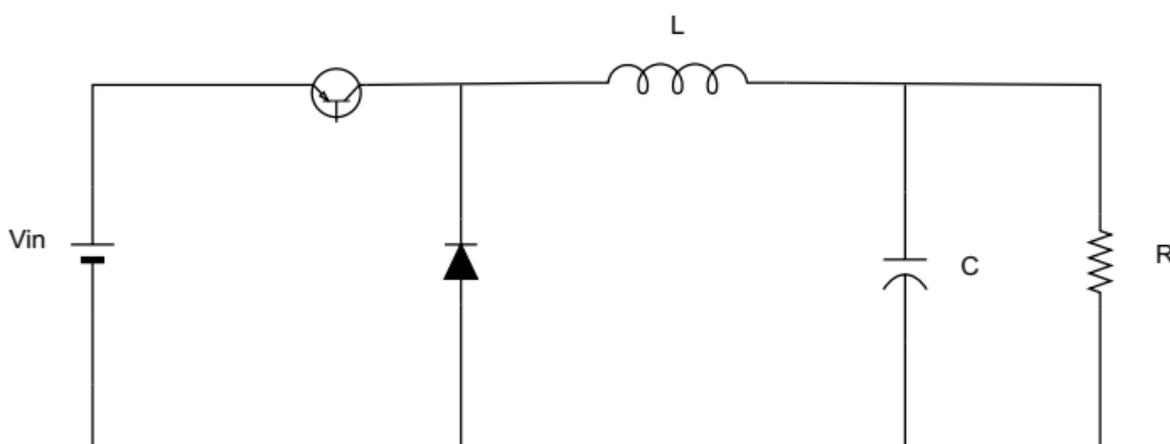


Figura 4 – Conversor Buck

Fonte: Autor

Seu modo de funcionamento parte da análise em torno do estado da chave do circuito (TBJ, MOSFET, IGBT...) de forma que no momento em que a chave "Q" é ligada, o diodo ficará desligado, conforme mostrado na Figura 5, uma vez que está inversamente polarizado até a chave estar em estado aberto. A corrente na saída cresce exponencialmente e flui através do indutor L e da carga. Esse estado permanece por um intervalo de tempo  $T_{ON}$ .

Posteriormente, a chave é aberta por um período  $T_{OFF}$  (Figura 6) e a corrente decai de forma que o indutor é induzido a ter uma tensão de polaridade oposta ao período anterior, fazendo com que o diodo seja polarizado diretamente e a corrente, agora fluindo pelo indutor, atua como retorno através da carga e do diodo, onde a energia armazenada em L é entregue a carga R.

Assim como os demais conversores de corrente contínua, o conversor buck apresenta modos de funcionamento distintos definidos como modo de condução contínua (MCC) e modo de condução descontínua (MCD), onde a análise para defi-

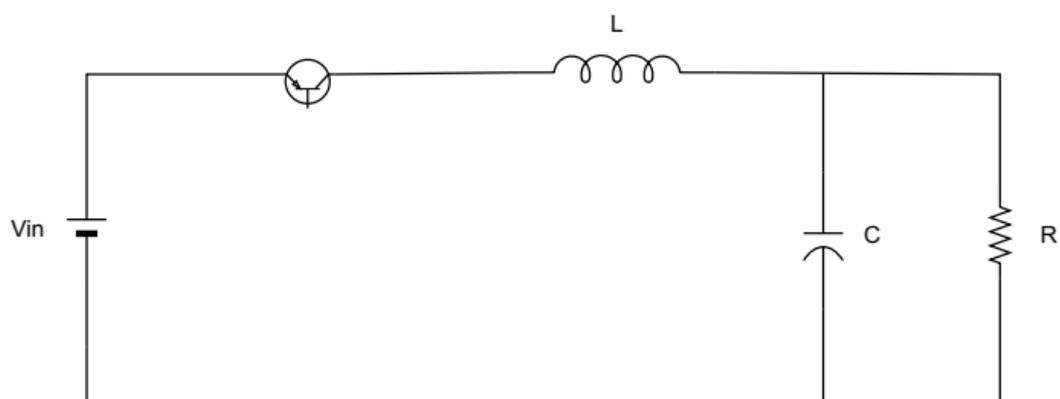


Figura 5 – Buck - Chave fechada

Fonte: Autor

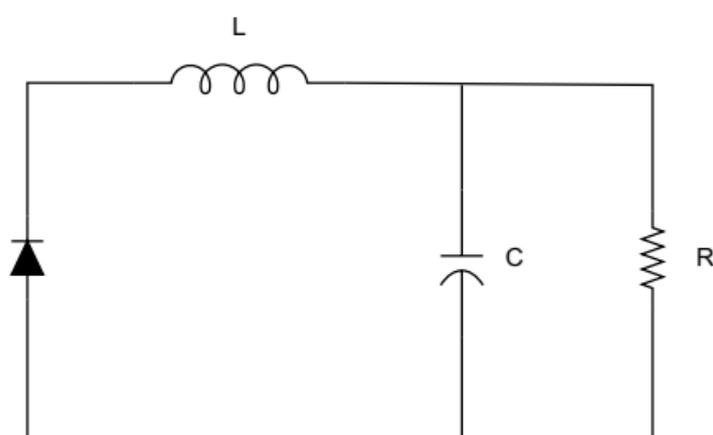


Figura 6 – Buck - Chave aberta

Fonte: Autor

nição do modo de condução será em cima da das formas de onda do circuito, mais especificamente em cima do indutor, em que quando a corrente deste elemento não atinge valor zero é definido que o sistema trabalha no modo de condução contínuo e quando atinge valor nulo é considerado modo de condução descontínuo. Durante a operação do circuito em MCC os valores de saída oscilam em alta frequência, onde para essas variações são chamadas de "ripple" de tensão e corrente, em torno de um valor médio fazendo com que esse valor seja analisado na análise CC do circuito. Em grande parte das aplicações, as cargas demandam alimentação constante fazendo com que os dispositivos armazenadores de energia não tenham valor de corrente nulo. Essa característica é visível em muitos equipamentos sensíveis, onde variação de corrente e tensão são indesejáveis, portanto o modo contínuo de corrente torna-se preferível para boa parte de aplicações (MEDEIROS, 2018).

Na Figura 7 estão presentes correspondentes as formas de onda das correntes da chave do circuito e do diodo ( $i_Q$  e  $i_D$ ) juntamente com as formas de onda da

corrente do indutor ( $i_L$ ) e tensão no diodo ( $V_D$ ). Adicionalmente, é observado ainda nesta mesma figura as representações dos valores médios de corrente do indutor ( $\bar{i}_L$ ) e tensão na saída do circuito ( $\bar{V}_C$ ).

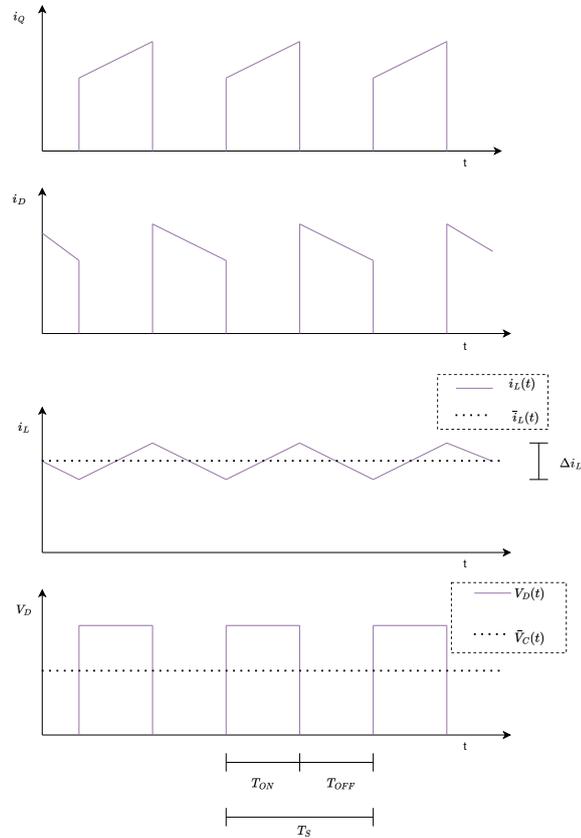


Figura 7 – Buck - Chave aberta

Fonte: Autor

Para acionamento das chaves utilizadas nos conversores são usados sinais elétricos de modulação por largura de pulso (PWM), cuja largura é definida pela relação entre os períodos  $T_{ON}$  e  $T_{OFF}$  conhecida como "ciclo de trabalho", a qual é definida na Equação 1

$$D_1 = \frac{T_{ON}}{T_{OFF} + T_{ON}} \quad (1)$$

Aplicando a Equação 1 nas formas de onda apresentadas na Figura 7 tem-se a equação de valores em regime permanente dos valores médios de corrente e tensão de saída (Equação 2).

$$\begin{cases} \bar{i}_O = \frac{1}{1-D_1} \bar{i} \\ \bar{V}_O = D_1 V_{in} \end{cases} \quad (2)$$

### 2.3 ESQUEMA MULTICONVERSOR

Em sua estrutura mais básica o esquema multiconversor consiste em conversores de potência interligados em cascata, onde nessa arquitetura o esquema pode ser dividido em dois estágios, de forma que conversor do primeiro estágio, definido como primário, é chamado de conversor fonte ou condicionador de linha enquanto que o conversor ligado ao primário é chamado de conversor carga ou secundário (Figura 8). Nesse esquema o conversor primário regula a tensão CC para o barramento intermediário enquanto que o conversor secundário regula a tensão CC para uma carga ou para os demais estágios de conversão de tensão.

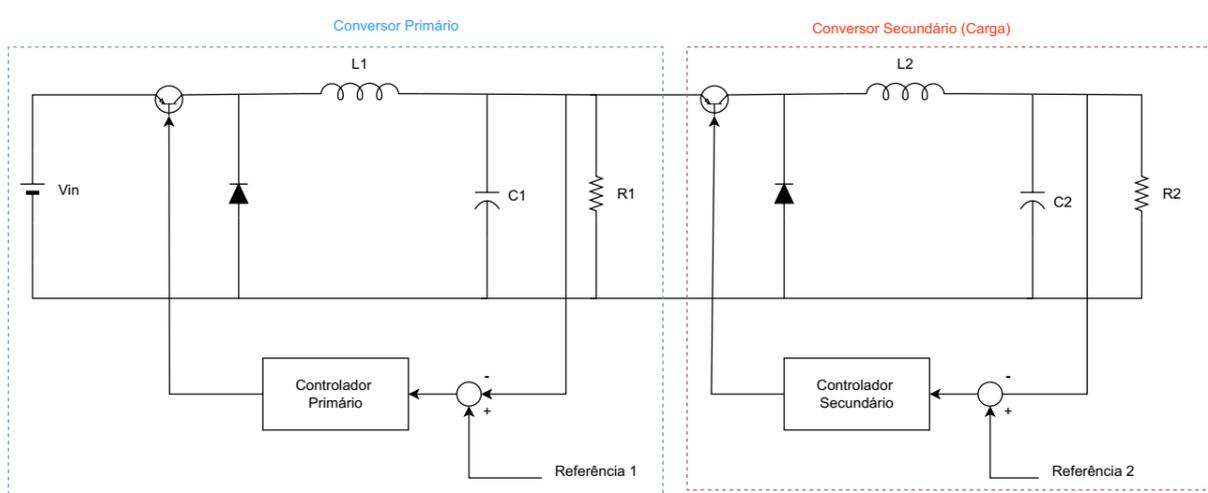


Figura 8 – Multiconversor - Buck

Fonte: Autor

Nesse esquema existe uma grande variedade do ponto de vista dinâmico, visto que os conversores podem ter comportamentos distintos entre e si e suas interações, tanto estáticas quanto dinâmicas, podendo levar o sistema como um todo à comportamentos indesejados, até mesmo instável se não houver um projeto detalhado. Dessa forma, um método comumente usado para o tratamento desse esquema é estabelecer uma dinâmica mais rápida para os conversores de carga (Secundários) do que para os conversores fonte (Primários), permitindo com que os sistemas de conversores de carga sejam modelados como cargas efetivas chamadas de potência constante.

A CPL (Carga de Potência Constante) diferentemente de uma carga resistiva, é capaz de desestabilizar sistemas de conversão primária devido a sua dinâmica não linear caracterizada por um efeito chamado de impedância negativa (Figura 9). Isso ocorre devido ao efeito da razão entre variações de corrente e tensão sem afetar a potência, causando um efeito de resistência incremental negativa.

Para a modelagem do sistema multiconversor pode-se adotar a CPL como um modelo equivalente de Thevenin de fonte de corrente (KWASINSKI; ONWUCHEKWA, 2011). Tal modelo é mostrado na Figura 10 e na Equação 3.

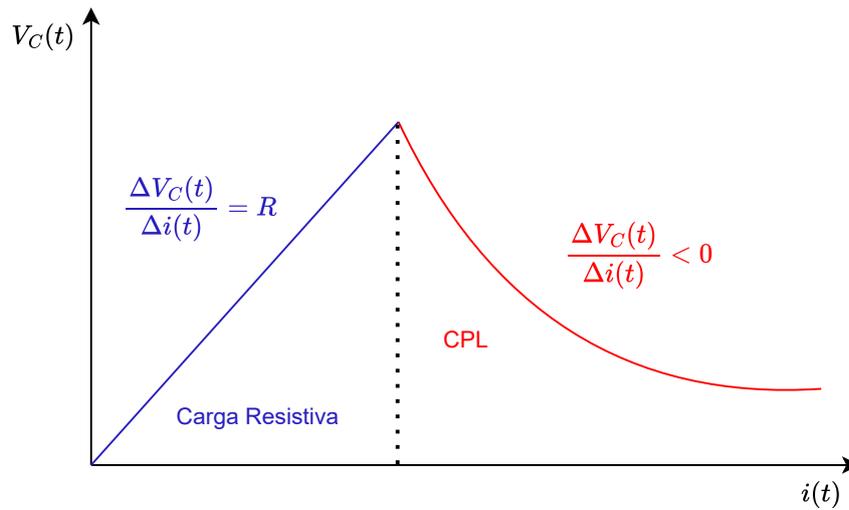


Figura 9 – Multiconversor - Buck

Fonte: Autor

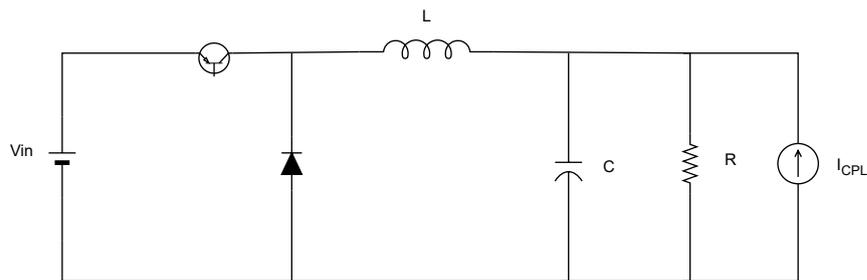


Figura 10 – Multiconversor - Buck

Fonte: Autor

$$i_{CPL}(t) = \frac{P_O}{V_C(t)} \quad (3)$$

Essa simplificação do sistema permite a análise da dinâmica do multiconversor em larga escala possível, assim como projetos de sistemas de estabilização (DU *et al.*, 2013)

### 2.3.1 Modelagem

Como foi apresentado na subseção anterior, o conversor buck apresenta comportamento altamente não linear devido ao comportamento das chaves, entretanto é possível obter um modelo cujo efeitos de alta frequência das chaves seja desconsiderado chamado de “modelo médio”, o qual é capaz captar o comportamento do conversor a partir da substituição das chaves por um modelo de chave PWM. O modelo médio é muito útil não somente para gerar modelos lineares posteriormente, como

também realizar simulações com comportamento próximo do modelo chaveado (KAZI-MIERCZUK, 2015).

O modelo dinâmico pode ser obtido a partir da equação, a qual é formada pelas condições de estado o circuito ligado e desligado.

$$\dot{\bar{x}} = D_1(t)\dot{x}_{on} + (1 - D_1(t))\dot{x}_{off} \quad (4)$$

Onde os estados com chave ligada e desligada são representados na equações matriciais abaixo:

$$\dot{x}_{on}(t) = \begin{cases} \frac{dV_C(t)}{dt} = -\frac{V_C(t)}{RC} + \frac{i_L(t)}{C} \\ \frac{di_L(t)}{dt} = -\frac{V_C(t)}{L} + \frac{V_{in}(t)}{L} \end{cases} \quad (5)$$

$$\dot{x}_{off}(t) = \begin{cases} \frac{dV_C(t)}{dt} = -\frac{V_C(t)}{RC} + \frac{i_L(t)}{C} \\ \frac{di_L(t)}{dt} = -\frac{V_C(t)}{L} \end{cases} \quad (6)$$

Resolvendo a equação tem-se o modelo médio do circuito abaixador.

$$\dot{\bar{x}}(t) = \begin{cases} \frac{d\bar{V}_C(t)}{dt} = -\frac{\bar{V}_C(t)}{RC} + \frac{\bar{i}_L(t)}{C} \\ \frac{d\bar{i}_L(t)}{dt} = -\frac{\bar{V}_C(t)}{L} + D_1(t)\frac{V_{in}(t)}{L} \end{cases} \quad (7)$$

Para o circuito buck multiconversor é realizado a mesma análise do circuito buck, onde para o circuito com chave ligada tem-se:

$$\dot{x}_{on} = \begin{cases} \frac{d\bar{V}_C(t)}{dt} = \frac{\bar{i}_L(t)}{C} - \frac{V_C(t)}{RC} - \frac{P_o}{CV_C(t)} \\ \frac{d\bar{i}_L(t)}{dt} = \frac{V_{in}(t) - V_C(t)}{L} \end{cases} \quad (8)$$

Para a chave desligada tem-se:

$$\dot{x}_{off} = \begin{cases} \frac{dV_C(t)}{dt} = \frac{i_L(t)}{C} - \frac{V_C(t)}{RC} - \frac{P_o}{CV_C(t)} \\ \frac{di_L(t)}{dt} = -\frac{V_C(t)}{L} \end{cases} \quad (9)$$

Aplicando as relações estabelecidas nas equações 8 e 9 na Equação 4 tem-se o modelo não linear médio do Multiconversor Buck.

$$\dot{\bar{x}}(t) = \begin{cases} \frac{dV_C(t)}{dt} = \frac{\bar{i}_L(t)}{C} - \frac{\bar{V}_C(t)}{RC} - \frac{P_o}{CV_C(t)} \\ \frac{d\bar{i}_L(t)}{dt} = \frac{D(t)\bar{V}}{L} - \frac{\bar{V}_C(t)}{L} \end{cases} \quad (10)$$

### 2.3.2 Linearização do Conversor em MCC

Para estudo da dinâmica em determinados pontos de operação e projetos de controladores lineares baseados em modelo, o modelo não linear do conversor não se apresenta como adequado, sendo assim necessária a linearização afim de obter o modelo linear no ponto de operação do circuito. Esse modelo dinâmico permite o projeto

de controladores lineares a partir do estudo das suas principais características transi-tórias, regime permanente e principalmente a cerca das condições de estabilidade e robustez.

A linearização pode ser feita a partir de série de Taylor, onde são utilizados os termos de primeira ordem da série e os demais são desprezados, de forma que esse modelo permite o estudo de pequenas incursões em torno do ponto de operação. Esse modelo também é conhecido como modelo de pequenos sinais.

$$f_i(X) = f_i(X_{eq}) + \frac{df_i}{dX_j} \Big|_{X=X_{eq}} (X - X_{eq}) + \frac{1}{2} \frac{df_i^2}{dX_j^2} \Big|_{X=X_{eq}} (X - X_{eq})^2 \dots \quad (11)$$

$$f_i(X, U) = f_i(X_{eq}, U_{eq}) + \frac{\partial f_i}{\partial X_j} \Big|_{X=X_{eq}} (X - X_{eq}) + \frac{\partial f_i}{\partial U_n} \Big|_{U=U_{eq}} (U - U_{eq}) \quad (12)$$

Onde  $X(t)$  e  $U(t)$  são estado dinâmicos do sistema e sinais de entrada, respectivamente, enquanto que  $f_i(X, U)$  é a função de estado ou equação dinâmica as relações dos estados dinâmicos com as entradas no processo. Para a organização do modelo em representação de espaço de estados são chamadas variações  $X - X_{eq}$  e  $U - U_{eq}$  de  $\Delta X$  e  $\Delta U$ , respectivamente e portanto o modelo em espaço de estados podendo ser organizado segundo a Equação 13.

$$\Delta \dot{X} = A \Delta X + B \Delta U \quad (13)$$

Sendo que as matrizes dinâmicas  $A$  e  $B$  são formadas através das matrizes jacobianas geradas a partir do truncamento da série de Taylor.

$$A_{ij} = \begin{bmatrix} \frac{\partial f_1}{\partial X_1} & \frac{\partial f_1}{\partial X_2} & \frac{\partial f_1}{\partial X_3} & \cdot & \cdot & \cdot & \frac{\partial f_1}{\partial X_j} \\ \frac{\partial f_2}{\partial X_1} & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \frac{\partial f_3}{\partial X_1} & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \frac{\partial f_i}{\partial X_1} & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \frac{\partial f_i}{\partial X_j} \end{bmatrix} ; B_{in} = \begin{bmatrix} \frac{\partial f_1}{\partial U_1} & \frac{\partial f_1}{\partial U_2} & \frac{\partial f_1}{\partial U_3} & \cdot & \cdot & \cdot & \frac{\partial f_1}{\partial U_n} \\ \frac{\partial f_2}{\partial U_1} & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \frac{\partial f_3}{\partial U_1} & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \frac{\partial f_i}{\partial U_1} & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \frac{\partial f_i}{\partial U_n} \end{bmatrix} \quad (14)$$

Definindo como as variáveis dinâmicas apresentadas na equação do conversor buck e conversor buck de dois estágios ( $\bar{I}_L$  e  $\bar{V}_C$ ) e entrada  $D$  e os pontos de equilíbrio ( $V_{Ceq}$  e  $D_{eq}$ ), aplica-se as matrizes jacobianas, resultando nos modelos presentes nas equações 15 e 16 os quais representam, respectivamente, a dinâmica linear do conversor buck e do multiconversor.

$$\begin{aligned}\Delta\dot{X} &= \begin{bmatrix} -\frac{1}{RC} & \frac{1}{C} \\ -\frac{1}{L} & 0 \end{bmatrix} \Delta X + \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{\bar{V}}{L} \end{bmatrix} \Delta U \\ Y &= \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix} \Delta X\end{aligned}\quad (15)$$

$$\begin{aligned}\Delta\dot{X} &= \begin{bmatrix} -\frac{1}{RC} + \frac{P_o}{CV_c^2} & 0 \\ -\frac{1}{L} & 0 \end{bmatrix} \Delta X + \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{\bar{V}}{L} \end{bmatrix} \Delta U \\ Y &= \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix} \Delta X\end{aligned}\quad (16)$$

### 2.3.3 Análise de Estabilidade do Conversor

Análise de estabilidade pode ser feita a partir do plano de fases do sistema não linear, que consiste nas soluções das equações diferenciais do sistema, permitindo observar como a dinâmica do processo se comporta com o passar do tempo.

Para o esquema multiconversor operando como CPL, esse plano permite o estudo do processo em malha fechada de forma que, na Figura 11 está presente o plano de fase e nas tabelas 1 e 2 estão presentes os valores dos elementos usados e pontos de operação do circuito, respectivamente.

Tabela 1 – Valor de Componentes para Análise de Estabilidade

Parâmetros	Unidade	Valor Nominal
$V_{in}$	Volts	15
$R_1$	$\Omega$	4
$L_1$	mH	2
$C_1$	$\mu C$	2200
$f_{sw}$	kHz	5

Fonte: Autor

Tabela 2 – Pontos de Operação para Análise Estabilidade

Parâmetros	Unidade	Valor Nominal
$V_{C0}$	Volts	11.16
$P_O$	w	16
$d_1$	%	74.4
$d_2$	%	62.5

Fonte: Autor

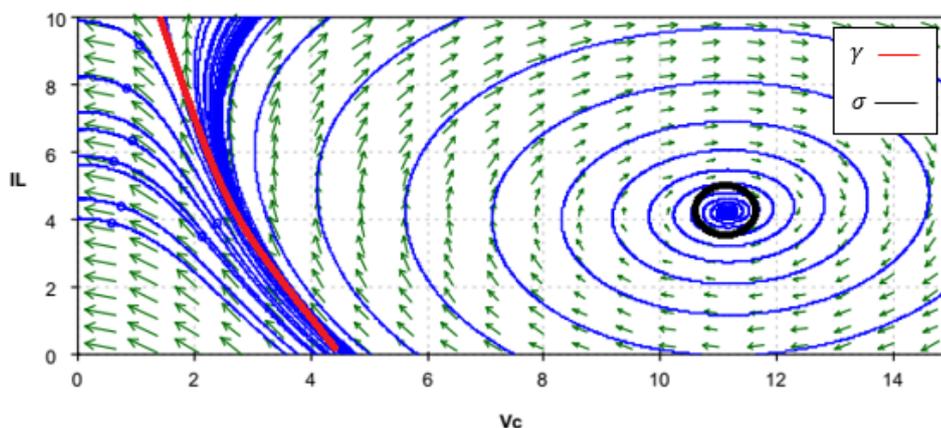


Figura 11 – Plano de Fases do Multiconversor

Fonte: Autor

Na Figura 11 curvas em azul representam a trajetória das variáveis de estado  $[V_C \ i_L]$  e as setas representam a forma como as trajetórias evoluem. O plano é dividido por uma separatriz ( $\gamma$ ), que separa a região estável, localizada à direita, da instável, localizada à esquerda. Porém ainda dentro da região estável, verifica-se que existe uma subdivisão chamada de ciclo limite ( $\sigma$ ), de forma que a região estável externa ao ciclo limite são os pontos de operação onde, apesar da sua estabilidade, apresenta grandes oscilações, as quais são indesejáveis do ponto de vista do conversor.

As grandes oscilações presentes no conversor surgem a partir do desbalanço de energia do circuito RLC no período transitório, sendo ainda maiores em casos onde não existe resistências em paralelo com a carga de potência constante, pois tais elementos seriam capazes de dissipar a energia, a qual entraria em ressonância nos elementos armazenadores de energia do circuito (KWASINSKI; ONWUCHEKWA, 2011).

Pode se avaliar uma faixa de valores de resistência analisando a estabilidade assintótica por meio dos autovalores do modelo linearizado. É possível obter essa faixa também pela análise dinâmica do modelo em formato de função de transferência, de forma que a conversão entre representações de espaço de estados para função de transferência é apresentada na Equação 17.

$$G(s) = C(sI - A)^{-1}B \quad (17)$$

Aplicando as matrizes equivalentes a dinâmica CPL na Equação 18 tem-se:

$$G_{CPL}(s) = \frac{\frac{V_{in}}{LC}}{s^2 + s\left(\frac{1}{RC} - \frac{P_o}{CV_c^2}\right) + \frac{1}{LC}} \quad (18)$$

Para a garantia da estabilidade, todos os termos do polinômio devem ser maior ou iguais a zero, sendo assim o resistor deve obedecer a seguinte relação:

$$\frac{1}{R} > \frac{P_O}{\bar{V}_C^2} \quad (19)$$

Pode-se concluir também que a resistência é responsável por aumentar o coeficiente de amortecimento do sistema, diminuindo as oscilações fornecidas pela CPL. Adicionalmente, pode se afirmar que devido a baixa magnitude, resistências internas do circuito são desconsideradas no modelo apresentado não apresentam influência significativa na estabilidade do sistema, visto que sua magnitude é relativamente baixa em relação as resistências de carga (KWASINSKI; ONWUCHEKWA, 2011).

### 3 CONTROLADOR ROBUSTO

Neste capítulo será abordado o projeto do controlador para o sistema multi-conversor seguindo a estratégia robusta, onde primeiramente é definida a ferramenta matemática para a estruturação do projeto. Posteriormente são estabelecidas as representações de incertezas e perturbações as quais o sistema a ser controlado é submetido e que também serão necessárias ao projeto do compensador. Como próxima etapa, é determinada a estrutura do sistema de controle a ser implementado e ao final deste capítulo será apresentada a síntese do controlador robusto.

#### 3.1 INEQUAÇÃO MATRICIAL LINEAR

Definida como uma ferramenta matemática, atualmente as inequações matriciais lineares (LMI), apresentam características bastante vantajosas para representação de problemas de otimização convexa. Do ponto de vista da aplicação em sistemas dinâmicos os estudos das LMIs iniciam-se em 1890 a partir do estudo das desigualdades matriciais proposta por Lyapunov, onde para um sistema autônomo (Equação 20) sua estabilidade é testada na Equação 21.

$$\frac{dx(t)}{dt} = Ax(t) \quad (20)$$

$$A^T P + PA < 0 \quad (21)$$

Onde a garantia de estabilidade é somente é confirmada se existir uma matriz  $P$  definida positiva ( $P > 0$ ). Entretanto, suas aplicações na área da engenharia se popularizaram somente a partir 1980 onde os métodos de programação convexa foram elaborados para resolução de desigualdade matriciais lineares (BOYD *et al.*, 1994), onde problemas envolvendo controladores como H-infinito e LQR apresentaram maior facilidade de formulação.

Dentre as vantagens propostas pela representação em desigualdades matriciais lineares valem destacar:

- Possibilidade de representar problemas com número elevado de restrições e combinar tais restrições de forma numericamente tratável.
- A busca da solução pode ser encontrada de maneira eficiente pelos algoritmos de otimização convexa.
- Se apresenta uma alternativa interessante para problemas cuja solução não podem ser encontradas de maneira analítica.

### 3.1.1 Descrição e Propriedades das LMIs

Seja  $x \in R^m$  e  $F_i \in R^{n \times n}$ , matematicamente as LMIs de uma maneira geral se apresentam da seguinte forma:

$$F(x) \triangleq F_0 + \sum_{i=1}^m x_i F_i > 0 \quad (22)$$

Onde  $x$  é um vetor de variáveis a ser encontrada para solucionar a inequação, também conhecida como variável de decisão, enquanto  $F_i$  é uma matriz simétrica com valores constantes, de forma que a LMI apresentada representa um conjunto "n"de inequações polinomiais em  $x$  onde todos os autovalores de  $F(x)$  sejam positivos. Entretanto, as LMI's podem ser encontradas tanto buscando soluções positivo-definidas restritas (" $\geq$ ") , negativo-definidas não restritas (" $<$ ") ou restritas (" $\leq$ ").

Entre as propriedades a serem citadas sobre essa ferramenta, a convexidade se apresenta como uma das mais importantes.

Definição 3.1: Um conjunto  $\mathbb{F}$  é dito convexo se para qualquer  $x_1, x_2 \in \mathbb{F}$  e  $0 \leq \theta \leq 1$ , de forma que:

$$\theta x_1 + (1 - \theta)x_2 \in \mathbb{F} \quad (23)$$

Geometricamente, um conjunto é dito convexo se e somente se o conjunto contém um seguimento de linha que interliga dois pontos contidos no conjunto, como observado na Figura 12, onde o primeiro exemplo mostra o grupo convexo e o segundo não se apresenta como convexo (Figura 13).

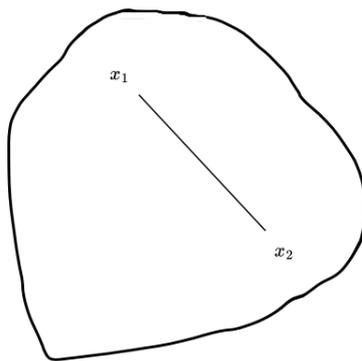


Figura 12 – Sistema convexo

Fonte: Autor

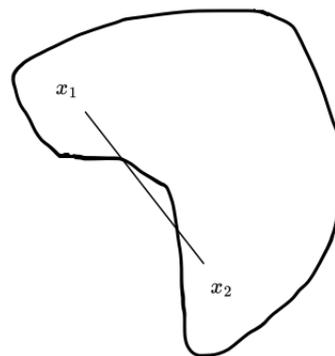


Figura 13 – Sistema não convexo

Fonte: Autor

A importância desta propriedade aplicada à LMIs deriva-se do fato de que ela possibilita o uso de métodos de otimização convexa para sua solução visto que inequação matricial linear é uma restrição convexa na variável. Adicionalmente, outra característica importante presente nesta definição é que a interseção de conjuntos

convexos é convexa, possibilitando que um problema de diversas restrições estruturadas em LMIs também seja um problema convexo (MATTOS AFFONSO, 1999). Portanto, um problema de múltiplas restrições pode ser organizado como um único sistema a ser resolvido, conforme é mostrado no Figura 14.

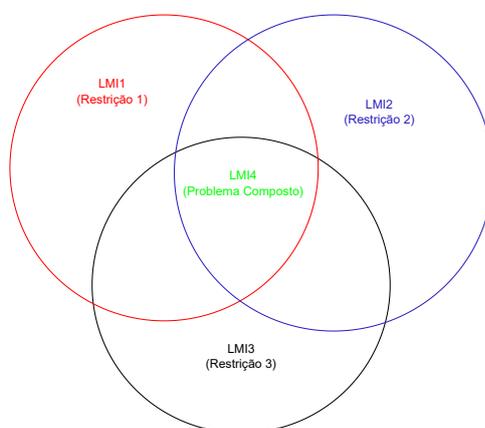


Figura 14 – Exemplo de Estrutura de Problema em formato de LMI

Fonte: Autor

Matematicamente essa estrutura pode ser feita organizando-a em forma diagonal. Sendo  $F^1(x) > 0, \dots, F^p(x) > 0$  um conjunto de  $p$  restrições em formato LMI, o problema envolvendo a solução do conjunto de restrições é mostrado na Equação 24.

$$F(x) = \begin{bmatrix} F^1(x) & \dots & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \dots & F^p(x) \end{bmatrix} > 0 \quad (24)$$

Do ponto de vista da síntese de controladores essa propriedade se apresenta como interessante pois permite com que vários problemas de controle (robustez, estabilização, desempenho, custo de atuação e etc...) sejam inseridos na formulação de somente uma estrutura LMI.

Dentro deste contexto os seguintes problemas de controle podem ser resolvidos usando otimização via LMI :

- Problema de Factibilidade: Deseja-se encontrar  $x$  para  $F(x) > 0$
- Problema de Minimização: Deseja-se Minimizar uma Função Objetivo Linear onde a estrutura definida por:

Minimizar  $cx$

Sujeito a  $F(x) > 0$

Onde  $F(x)$  é uma função afim em  $x$

- Problema dos Autovalores Generalizados  
Minimizar  $\lambda$

Sujeito a:

$$\begin{cases} A(x) < \lambda B(x) \\ B(x) > 0 \\ C(x) > 0 \end{cases} \quad (25)$$

Onde A, B e C são matrizes simétricas e afins em x

### 3.1.2 Restrição de Desempenho

Como dito na seção anterior, uma série de restrições podem ser estruturadas em formato de uma desigualdade matricial linear de forma que em sistemas dinâmicos um requisito importante para a sua operação é definir seu desempenho no tempo. Para além da estabilidade, uma região no plano complexo pode ser definida em formato LMI, onde serão alocados os autovalores da matriz de transição de estados em malha fechada, na qual pode ser chamada de D-estabilidade:

Definição 3.2: Seja D uma região no plano complexo. Se existir uma matriz  $L \in S^M$  e  $M \in R^{m \times m}$  de forma que:

$$D = \left\{ z \mid z \in C, L + zM + \bar{z}M^T < 0 \right\} \quad (26)$$

Então D é definida como uma LMI cuja notação é  $D_{L,M}$  Onde "D" é uma região geométrica estruturada em formato de desigualdade, "L" é uma matriz real e simétrica e "M" é uma matriz real. Sendo assim, é possível escrever a LMI em forma de uma função:

$$f_D(z) = L + zM + \bar{z}M^T < 0 \quad (27)$$

Devido a propriedade de convexidade da LMI, a região de D-estabilidade permite que essa região seja a composição de várias regiões de D-estabilidade. Sendo assim é possível definir regiões complexas de desempenho para o processo a ser controlado. Para o problema proposto serão definidas 2 restrições.

A escolha são restrições laterais que limitam a parte real dos polos do sistema, definindo a zona de desempenho mostrada na Figura 15

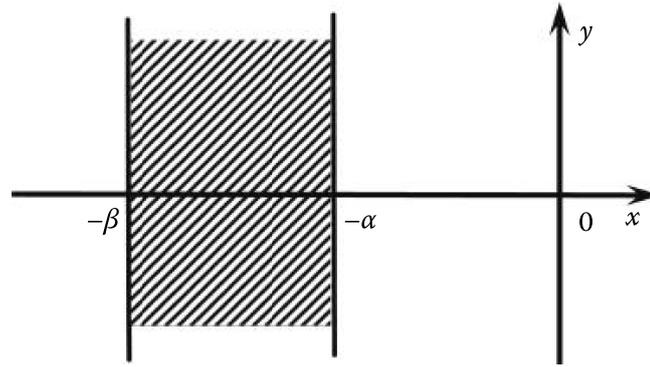


Figura 15 – Região de Desempenho 1

Fonte: (DUAN; YU, 2013)

Para a restrição à direita é usada a seguinte inequação:

$$f_{\alpha}(z) = -\alpha + \frac{(z + \bar{z})}{2} < 0 \quad (28)$$

Enquanto que à esquerda é usada a seguinte inequação:

$$f_{\beta}(z) = \beta - \frac{(z + \bar{z})}{2} < 0 \quad (29)$$

Utilizando a Equação 24 para as restrições acima (Equação 28 e Equação 29) tem-se:

$$f_{\alpha}(z) \cap f_{\beta}(z) = \begin{bmatrix} -\alpha + \frac{(z + \bar{z})}{2} & 0 \\ 0 & \beta - \frac{(z + \bar{z})}{2} \end{bmatrix} < 0 \quad (30)$$

Adequando-se a Equação 30 à Equação 27 tem-se para essa restrição as matrizes:

$$M = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}; L = \begin{bmatrix} \alpha & 0 \\ 0 & -\beta \end{bmatrix} \quad (31)$$

Definidas as restrições no domínio complexo, é necessário o transporte dessas restrições para a inequação de estabilidade de Lyapunov por meio de um mapeamento. Dentro desse conceito define-se o Teorema Generalizado de Lyapunov (DUAN; YU, 2013), onde para um sistema  $A \in \mathbb{R}^{n \times n}$  ser considerado estável em  $D(L, M)$  deve haver uma matriz  $P$  simétrica definida positiva que satisfaça a seguinte inequação:

$$R_D(A, P) = L \otimes P + M \otimes (AP) + M^T \otimes (AP)^T < 0 \quad (32)$$

Onde o operador  $\otimes$  representa o produto de Kronecker.

Sendo assim, para as características de desempenho laterais (Equação 31) na Equação 32 tem-se as seguintes inequações lineares.

$$2\alpha P + AP + PA^T < 0 \quad (33)$$

$$-2\beta P - AP - PA^T < 0 \quad (34)$$

## 3.2 INCERTEZA

Os processos dinâmicos apresentam graus de incerteza quanto ao seu comportamento, sejam essas incertezas manifestadas nos próprios parâmetros físicos do processo ou em distúrbios externos, de modo que dependendo da potência envolvida desses elementos, tais processos controlados por controladores clássicos, cuja síntese não considera incertezas, podem apresentar perda de desempenho em muitos casos ou até mesmo instabilidade. Portanto, as incertezas em processos dinâmicos podem ser definidas como características não presentes no modelo do processo a ser estudado ou a diferença entre o modelo e o processo real a ser analisado, dentre os quais podem ter diversas fontes:

- Conhecimento aproximado ou desconhecimento dos parâmetros do modelo.
- Variação nos parâmetros do modelo linear devido a não linearidades ou mudanças no ponto de operação.
- Imperfeição nos sensores.
- Parâmetros não modelados ou desconhecidos em alta frequência.

Segundo Skogestad e Postlethwaite (2005), essas diferenças podem ser organizadas de acordo com as seguintes classes de incertezas:

- Incertezas estruturadas: São ditas estruturadas pois suas características podem ser obtidas por meio determinístico, logo podendo ser analisada a maneira como essa incerteza afeta o sistema. Essas incertezas podem ser representadas por incerteza politópica, incerteza intervalar ou variação de parâmetros físicos dentro de um limite.
- Incerteza não-estruturada: São ditas incertezas não-estruturadas pois suas características não podem ser obtidas de maneira determinística e podem ser representadas por não linearidades, truncamentos de modos de alta frequência, dinâmica não modelada, efeitos de linearizações e variações temporais do processo.

Geralmente no contexto dos conversores de potência há o conhecimento das variações de cada elemento componente do sistema, portanto a abordagem pela incerteza politópica se torna bem interessante no estudo de incerteza em esquemas de multiconversores.

### 3.2.1 Incerteza Politópica

Por essa abordagem o conjunto de incertezas no processo é representada por um conjunto convexo denominado politopo. Essa região convexa é definida por um conjunto finito de vértices, de forma que qualquer ponto na região do politopo é obtido a partir de uma combinação linear dos vértices .

$$p = \sum_i^{i=N} \alpha_i v_i \quad (35)$$

Onde  $v_1, v_2, \dots, v_N$  são os "N" vértices do politopo, e o grupo  $\alpha_i$  obedece a uma restrição denominada simplex, onde:

$$\sigma = \left\{ \alpha \in \mathbb{R}^n \mid \alpha_i \geq 0, \sum_i^{i=N} \alpha_i = 1 \right\} \quad (36)$$

Para o politopo da Figura 16 sua definição é apresentada nas equações 37 e 38

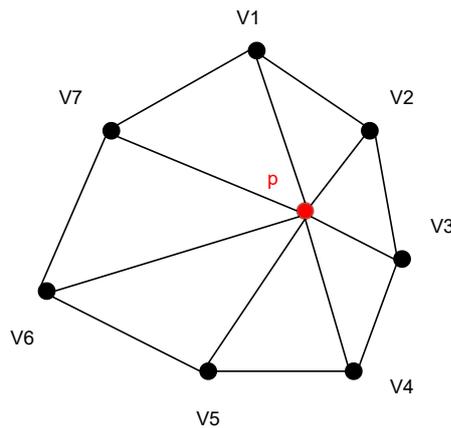


Figura 16 – Exemplo Estrutura politópica

Fonte: Autor

$$p = \sum_i^{i=7} \alpha_i v_i \quad (37)$$

$$p = \left\{ \alpha \in \mathbb{R}^n \mid \alpha_i \geq 0, \sum_i^{i=7} \alpha_i = 1 \right\} \quad (38)$$

Para os sistemas dinâmicos o conceito e definições da região politópica se apresentam por meio da seguinte definição.

Definição 3.3: Seja um sistema  $\dot{x} = \mathbb{A}x$  onde "A" é a matriz incerta de transição de estados, a representação da incerteza politópica presente nesse sistema se

apresenta como:

$$\mathbb{A} \varepsilon \sigma = \left\{ \mathbb{A} \varepsilon \mathbb{R}^{n \times n} \mid \alpha_i \geq 0, \sum_{i=1}^N \alpha_i = 1, \mathbb{A} = \sum_{i=1}^N A_i \alpha_i \right\} \quad (39)$$

O termo " $A_i$ " representa cada um dos modelos possíveis para os limites de variáveis de incerteza. Sendo assim, por definição o processo incerto representado por um sistema de incertezas politópicas é uma combinação linear dos modelos definidos pelos limites das variáveis de incerteza (Vértices do politopo). Devido a isso, a garantia de estabilidade e desempenho deste tipo de sistema é estabelecida pela garantia de estabilidade e desempenho dos vértices do politopo.

Definição 3.4: Um sistema incerto e invariante no tempo é dito robustamente estável se ele for assintoticamente estável para todo  $A \varepsilon \mathbb{A}$ , ou seja:

$$\forall A \varepsilon \mathbb{A}, \exists P > 0 : PA + A^T P < 0 \quad (40)$$

A estabilidade é garantida pela existência de somente uma matriz "P" que satisfaça todo o conjunto de família de plantas (vértices do politopo). Com isso, verifica-se que o problema de controle robusto à esse tipo de incerteza deriva da busca de um único controlador capaz de garantir, de maneira simultânea, a estabilidade e/ou desempenho no conjunto inequações apresentado (Equação 39).

Sendo assim, observa-se que o problema de estabilização robusta pode ser resolvidas por meio de métodos de otimização convexa, onde o conjunto de vértices caracteriza-se como um conjunto de restrições a serem analisadas pelo método de busca, onde o objetivo do algoritmo é encontrar uma matriz factível "P" sem violar as restrições.

### 3.3 REALIMENTAÇÃO DE ESTADOS

De uma maneira geral os sistemas de controle são sistemas capazes de manipular processos, com objetivo de atingir determinados critérios e objetivos, os quais podem ser representados no domínio do tempo ou na frequência ou índices de desempenho. Devido a variedade de dinâmicas existentes, abordando desde processos complexos altamente não lineares até processos com dinâmicas mais simples, os objetivos se apresentam diversos e por consequência disso os projetos de sistemas de controle apresentam grande variedade de sintonia e estruturas. Geralmente os sistemas de controle se apresentam com os seguintes objetivos:

- Regulação
- Rastreamento de Referência
- Detecção de Falta e Tolerância

- Adaptação
- Supervisão

Para processos representados em espaço de estados pode-se utilizar o controlador baseado na realimentação das variáveis internas do sistema, de forma que a realimentação pode ser feita não somente com variáveis de saída (Realimentação de Parcial) como também de todas as variáveis internas da planta (Realimentação Total). De posse da medição de todas variáveis internas do sistema, a realimentação total possui vantagem em relação a parcial pois sua estrutura garante a estabilidade interna do sistema assim como na teoria a melhor resposta possível para um sistema multivariado (STEVENS; LEWIS; JOHNSON, 2015). Para a estrutura de realimentação total de estados o sistema se apresenta na Figura 17.

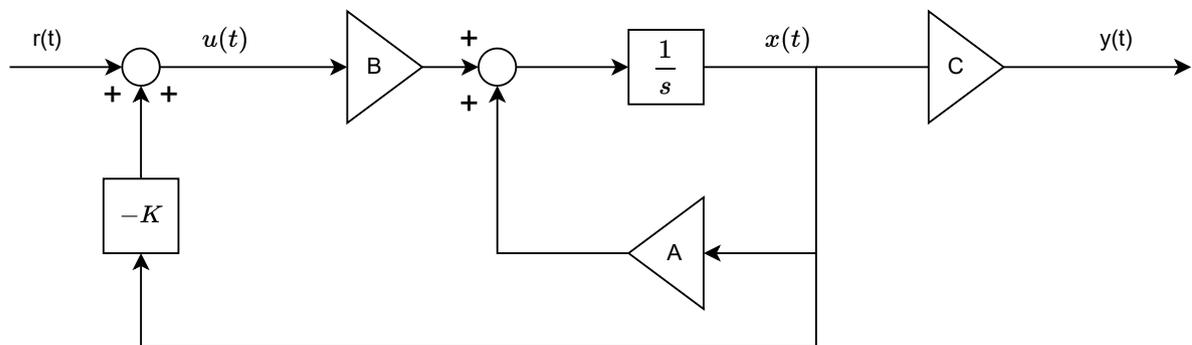


Figura 17 – Malha Fechada do Sistema com Controlador em Espaço de Estados

Fonte: Autor

Sendo que para o modelo em espaço de estados representado na Equação 41, a lei de controle para este processo é definida na Equação 42;

$$\dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t) \quad (41)$$

$$u(t) = -Kx(t) + r(t) \quad (42)$$

Onde "K" representa os ganhos do controlador de estados. Aplicando a realimentação (Equação 42) no sistema em espaço de estados (Equação 41) tem-se a dinâmica em espaço de estados apresentada:

$$\dot{x}(t) = (A - BK)x(t) + Br(t) \quad (43)$$

Para a estrutura de controle apresentada, o sistema não apresenta características satisfatórias para controladores cujo o objetivo de controle é seguimento de referência e rejeição de perturbações em baixa frequência, principalmente para plantas tipo-0 (Sem integradores naturais no sistema). Para solucionar esse problema é realizado uma manipulação no modelo do sistema, onde é adicionado um integrador na

entrada do modelo (18), de forma que essa variação no modelo é chamado de "modelo aumentado"(STEVENS; LEWIS; JOHNSON, 2015).

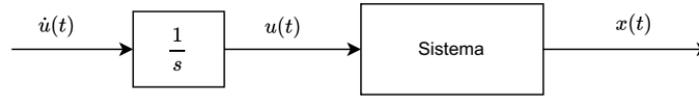


Figura 18 – Adição de Integrador na Entada do Processo

Fonte: Autor

Sendo assim, o modelo de variação que consiste na derivada do modelo do processo (Equação 41) é apresentado na Equação 44:

$$\begin{cases} \ddot{x}(t) = A\dot{x}(t) + B\dot{u}(t) \\ \dot{y}(t) = C\dot{x}(t) \end{cases} \quad (44)$$

Propondo-se o vetor de estados aumentado (Equação 45), tem-se o modelo aumentado (Equação 46).

$$x_a(t) = \begin{bmatrix} y(t) \\ \dot{x}(t) \end{bmatrix} \quad (45)$$

$$\begin{cases} \dot{x}_a(t) = A_a x_a(t) + B_a u_a(t) \\ y_a(t) = C_a x_a(t) \end{cases} \quad (46)$$

De forma que:

$$\dot{x}_a(t) = \begin{bmatrix} 0 & C \\ 0 & A \end{bmatrix} \begin{bmatrix} y(t) \\ \dot{x}(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ B \end{bmatrix} \dot{u}(t) \quad (47)$$

$$y_a(t) = \begin{bmatrix} I & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} y(t) \\ \dot{x}(t) \end{bmatrix}$$

Para essa estrutura de controle, onde o sinal de atuação passa por uma operação integral antes de entrar no processo, a lei de controle é dita incremental, onde pode ser definida na Equação 48:

$$\dot{u}(t) = K_a e(t) = \begin{bmatrix} K_I & K \end{bmatrix} \left( \begin{bmatrix} r(t) \\ 0 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} y(t) \\ \dot{x}(t) \end{bmatrix} \right) \quad (48)$$

Onde a matriz de ganhos do controlador de estados " $K_a$ " pode ser dividida em duas parcelas, uma correspondentes a regulação do sistema " $K$ " e " $K_I$ " correspondente ao controle servo. Sendo assim, aplicando-se a lei de controle incremental

(Equação 48) no sistema apresentado (Equação 47) tem-se a malha fechada do sistema com o controlador em espaço de estados mostrado na Equação 49:

$$\dot{x}_a(t) = \begin{bmatrix} 0 & C \\ -BK_I & A - BK \end{bmatrix} \begin{bmatrix} y(t) \\ \dot{x}(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ BK_I \end{bmatrix} r(t) \quad (49)$$

$$y_a(t) = \begin{bmatrix} I & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} y(t) \\ \dot{x}(t) \end{bmatrix}$$

Sendo assim, na Figura 19 encontra-se a estrutura de controle aplicada ao processo representado em espaço de estados.

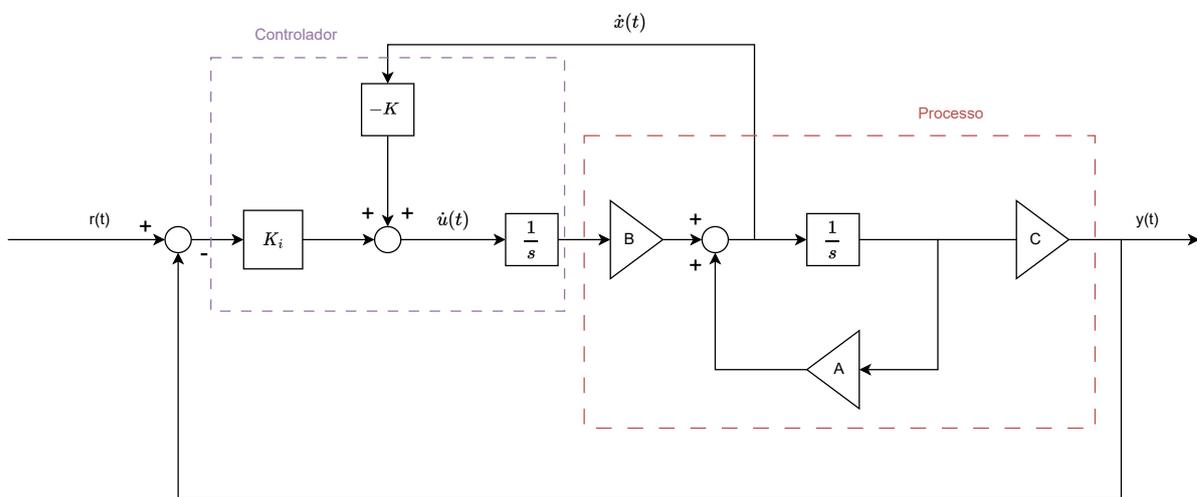


Figura 19 – Malha Fechada do Sistema com Controlador em Espaço de Estados

Fonte: Autor

### 3.4 ESTRUTURAÇÃO DA REALIMENTAÇÃO DE ESTADOS ROBUSTA EM FORMATO LMI

Primeiramente, para a síntese do controlador em espaço de estado robusto é realizada a aplicação do problema da estrutura de realimentação de estados proposta nas características de desempenho desejadas. Chamando as matrizes estendidas de  $A_a$  e  $B_b$  tem-se:

$$2\alpha P + (A_a - B_b K_a)^T P + P(A_a - B_b K_a) < 0 \quad (50)$$

$$-2\beta P - (A_a - B_b K_a)^T P - P(A_a - B_b K_a) < 0 \quad (51)$$

É possível observar que a equação apresenta multiplicação de variáveis as quais deseja-se encontrar, portanto não satisfazendo as características de uma representação linear. Entretanto, é possível realizar manipulações capazes de linearizar o problema, tornando-o capaz de se representar em um formato matricial linear. Para a solução deste problema são comumente utilizados métodos como Complemento de Schur, Procedimento S e mudança de variável (BOYD *et al.*, 1994) de forma que para o problema apresentado será implementada a mudança de variável.

A mudança é feita com a substituição produto "KP" por uma variável auxiliar "Q" como mostrado nas equações 52 e 53:

$$2\alpha P + A_a P + P A_a^T - B_b Q - Q^T B_b < 0 \quad (52)$$

$$-2\beta P - A_a P - P A_a^T + B_b Q + Q^T B_b < 0 \quad (53)$$

Onde o ganho do controlador é calculado da seguinte forma:

$$K = QP^{-1} \quad (54)$$

Com isso é possível observar que o sistema resultante da substituição de variável encontra-se em formato de LMI. O fator chave a ser considerado para a substituição de variáveis é a garantia que as variáveis originais serão recuperadas e que elas não serão sobredeterminadas (SKOGESTAD; POSTLETHWAITE, 2005). Entretanto, pode-se observar que a síntese do controlador em formato LMI ainda não considera o modelo de incerteza politópica, sendo assim, estruturando o problema das restrições de desempenho (Equação 52 e 53) como LMI e aplicando na representação de modelo politópico, tem-se o problema de estabilização de cada um dos  $i$ -ésimos vértices do modelo incerto:

$$F_i = \begin{bmatrix} 2\alpha P + A_{ai} P + P A_{ai}^T - B_{bi} Q - Q^T B_{bi} & 0 \\ 0 & -2\beta P - A_{ai} P - P A_{ai}^T + B_{bi} Q + Q^T B_{bi} \end{bmatrix} < 0 \quad (55)$$

Considerando  $i = 1, 2, \dots, N$ , tem-se a estrutura geral do problema de controle robusto desejado:

$$F = \begin{bmatrix} F_1 & \dots & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \dots & F_N \end{bmatrix} < 0 \quad (56)$$

Sendo assim o controle robusto por restrições proposto neste trabalho está representado em formato de uma inequação matricial linear, logo sua solução pode ser obtida por métodos de otimização envolvendo a busca dos valores das matrizes tendo

como critério a ser atendido o encontro de uma solução que satisfaça as restrições estabelecidas (Factibilidade). O sistema pode ser amplificado para outros critérios como adição de uma função custo envolvendo a busca de uma resposta ótima (Minimização, Maximização) a ser atendida, como os problemas envolvendo compensador LQG e H-infinito.

Dessa forma que a estruturação do problema de controle robusto por realimentação de estados apresentado pode ser resumida no diagrama apresentado na Figura 20 :

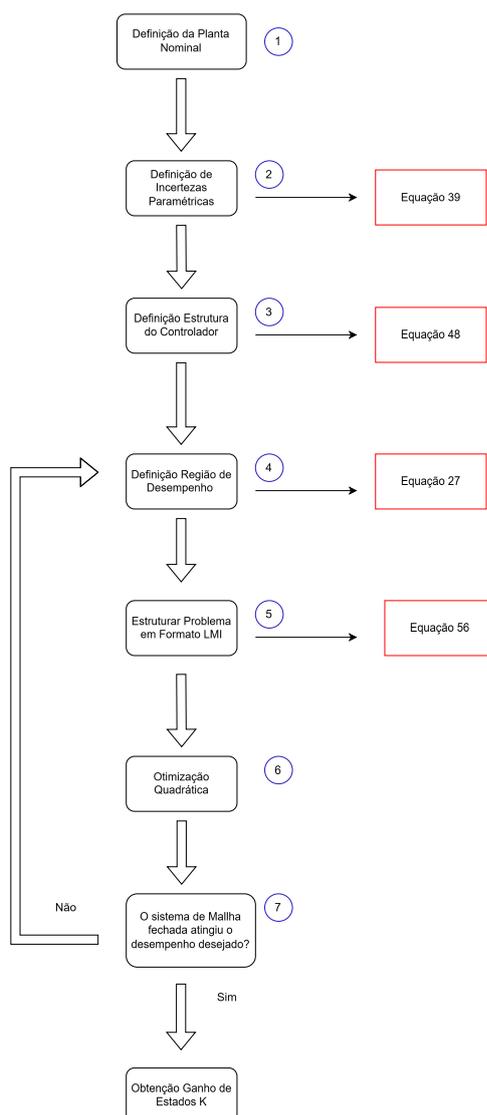


Figura 20 – Diagrama de Projeto do Controlador Robusto

Fonte: Autor

## 4 SIMULAÇÕES E RESULTADOS

Neste capítulo serão implementadas as técnicas de modelagem e controle apresentadas no capítulo 2 e 3 em um sistema multiconversor, de forma que primeiramente, serão apresentadas as respostas no domínio tempo e na frequência do modelo nominal e posteriormente no modelo na presença de incertezas politópicas definidas pela variação dos componentes do circuito.

Na etapa seguinte são estabelecidos os critérios de desempenhos do controlador robusto e seus ganhos obtidos e adicionalmente será apresentado um projeto de controlador por alocação de polos a fim de obter como parâmetro de comparação um controlador comumente usado na indústria.

Na próxima seção será feita a implementação dos controladores no modelo linear, onde serão feitos testes envolvendo resposta em frequência, variação de referência e perturbação na saída. Adicionalmente, são realizados testes em um modelo não linear chaveado, avaliando variações de tensão, potência, resistência e referência. E por fim, são avaliados a localização dos polos do sistemas de controle no modelo de incertezas.

### 4.1 ANÁLISE DE MODELAGEM

O sistema multiconversor a ser controlado possui os valores de seus componentes apresentados na Tabela 3 e na Tabela 4 são apresentados os pontos de operação do sistema.

Tabela 3 – Valor de Componentes

Parâmetros	Unidade	Variação (%)	Valor Nominal
$V_{in}$	Volts	15	50
$R_1$	$\Omega$	50	10
$L_1$	mH	10	2,5
$C_1$	$\mu C$	10	2200
$R_2$	$\Omega$	-	5
$C_2$	$\mu C$	-	2200
$L_2$	mH	-	2,5
$f_{sw1}$	kHz	-	5
$f_{sw2}$	kHz	-	10

Fonte: Autor

Tabela 4 – Pontos de Operação

Parâmetros	Unidade	Valor Nominal
$V_{C0}$	Volts	24
$P_O$	w	45
$d_1$	%	48,8
$d_2$	%	62,5

Fonte: Autor

Implementandas as técnicas de modelagem apresentadas no capítulos 2, é obtido primeiramente as repostas no dominio do tempo (Figura 21) e na frequência (Figura 22) do modelo nominal, ou seja, desconsiderando as variações paramétricas.

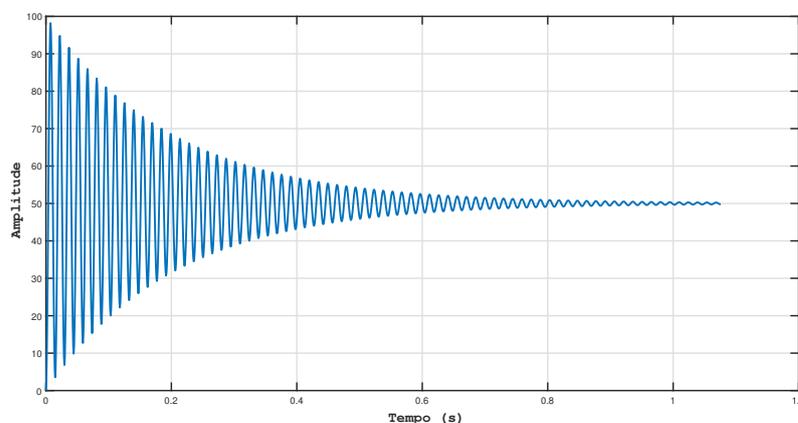


Figura 21 – Resposta em Malha Aberta do Sistema Multiconversor

Fonte: Autor

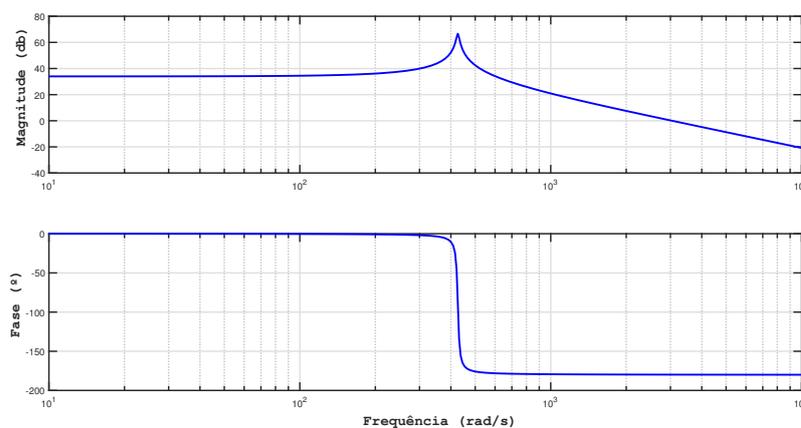


Figura 22 – Resposta em Frenquência em Malha Aberta do Sistema Multiconversor

Fonte: Autor

Na Figura 21 é possível observar a dinâmica estável com alta amplitude de oscilação (sobressinal), uma característica muito comum em sistemas estáveis com baixo amortecimento e portanto, baixa margem de estabilidade, os quais podem ser observados pelo diagram de bode do sistema (Figura 22) e pela tabela

Sendo assim, é possível afirmar que segundo a literatura as margens de estabilidade se apresentam como baixas, o que caracteriza não somente sistemas como muito oscilatórios como também altamente sensíveis à perturbações e ruídos.

Acrescenta-se às ferramentas de análise no domínio da frequência, as curvas de sensibilidade e sensibilidade complementar, visto que tais curvas apresentam a capacidade do processo em rejeitar perturbações nas altas e baixas frequências conjuntamente com a capacidade de realizar seguimento de referência. As funções as curvas de sensibilidade podem ser calculadas de acordo com a Equação 57:

$$T(s) = L(s)(I + L(s))^{-1} \quad ; \quad S(s) = (I + L(s))^{-1} \quad (57)$$

Sendo que:

$$L(s) = G(s)C(s) \quad (58)$$

Onde  $T(s)$  e  $S(s)$  são ditas, respectivamente, funções de sensibilidade complementar e sensibilidade.  $L(s)$ ,  $G(s)$  e  $C(s)$ , ditas, respectivamente, funções de transferência de malha aberta, do processo e do controlador, sendo que as curvas de sensibilidade obedecem a seguinte relação.

$$T(s) + S(s) = 1 \quad (59)$$

Dessa forma, considerando um controlador unitário, calcula-se as funções de sensibilidade do multiconversor, de forma que suas respostas em frequência estão localizadas na Figura 23.

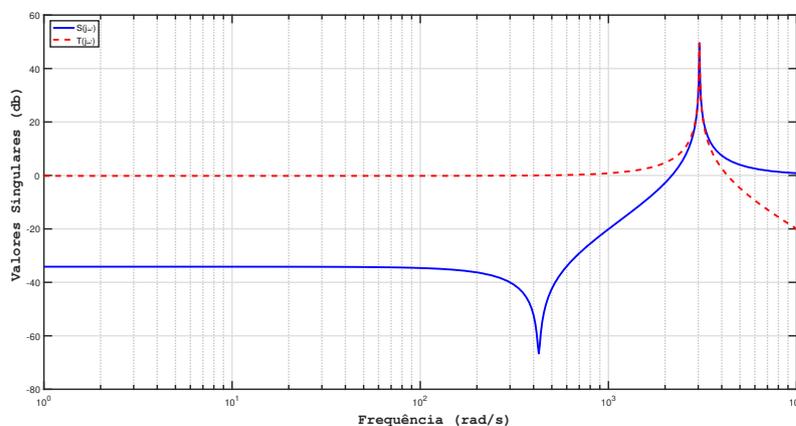


Figura 23 – Curvas de Sensibilidade e Sensibilidade Complementar.

Fonte: Autor

As curvas de sensibilidade do sistema multiconversor apresentam picos de sensibilidade nas curvas  $T(j\omega)$  e  $S(j\omega)$  elevados, o que indica baixo desempenho e robustez, de forma que segundo Skogestad e Postlethwaite (2005) é indicado que as curvas devem apresentar picos de 6 dB para a sensibilidade e 2 dB para sensibilidade complementar. Adicionalmente, observa-se que sistema apresenta baixa capacidade de atenuação de perturbações em baixa e alta frequência, assim como a presença de erro em regime permanente.

Por fim, é investigado o comportamento do sistemas frente as incertezas paramétricas estabelecidas na Tabela 3. Para essa simulação o intervalos de incerteza de cada componente foram divididos em 8 pontos. Na figura 24 é possível observar o resultado das diversas combinações dos parâmetros do circuito.

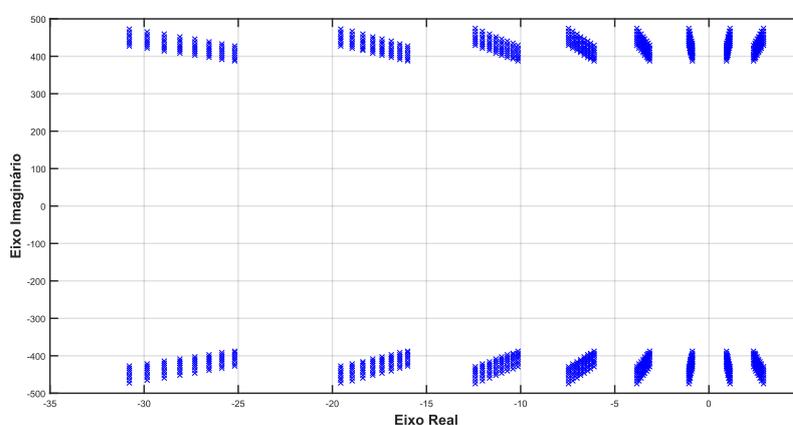


Figura 24 – Localização do Polos da Planta linear na Presença de Incertezas Paramétricas

Fonte: Autor

Verifica-se que a planta apresenta comportamento instável (Polos localizados a direita do plano complexo) em algumas variações de parâmetros, o que corrobora com a característica sensível da planta apresentada nas curvas de resposta em frequência do modelo nominal e com o estudo da modelagem presente no capítulo 2.

## 4.2 ANÁLISE DOS CONTROLADORES

### 4.2.1 Análise de Projeto do Controlador Robusto

Como critério de sintonia, conforme foi mencionado no capítulo 3, é admitido as restrições laterais no domínio contínuo, as quais estão diretamente ligada ao tempo de acomodação do sistema ( $T_s$ ), de forma que para o critério à 2% tem-se a Equação 60:

$$T_{s1} = -\frac{4}{\alpha} ; T_{s2} = -\frac{4}{\beta} \quad (60)$$

A definição do amortecimento do sistema será afetada pela distancia entre as regiões laterais, principalmente devido ao fato de que o sistema resultante será de dinâmica de um sistema de 3ª ordem, ou seja, polos localizados no eixo real juntamente com polos complexos conjugados. Sendo assim, a escolha do intervalo para baixo amortecimento deve estabelecer a relação apresentada na Equação 61:

$$\frac{\beta}{\alpha} < 4 \quad (61)$$

Onde  $\beta$  e  $\alpha$  correspondem aos limites de velocidade superior e inferior, respectivamente. O intervalo do tempo de acomodação é definido entre 9ms e 36 ms sendo assim com região dos polos é definida para que  $\alpha$  seja igual a -100 e  $\beta$  seja igual a -400. De forma que o limite superior corresponde a velocidade máxima permitida para conversor primário conserve a característica das cargas dos demais subsistemas como CPL.

Para a sintonia de forma robusta, adota-se como vértices da estrutura politópica os valores máximos e mínimos de cada parâmetro incerto. Sabe-se que um politopo possui  $2^N$  vértices, onde  $N$  é o número de parâmetros incertos, logo o sistema multi-conversor possui 16 vértices pois são considerados 4 parâmetros incertos (Capacitor, indutor, tensão de entrada e resistência).

A plataforma utilizada com objetivo de resolver o problema de factibilidade proposto em formato LMI consiste na atuação de duas ferramentas, o Yalmip e o SeDumi 1.3, as quais são integradas na biblioteca da plataforma de simulação MATLAB. Apesar do MATLAB possuir ferramentas próprias para solução de problemas de otimização, suas ferramentas não apresentam especificidade para a solução de programação quadrática que as ferramentas (Yalmip e SeDumi 1.3) usadas neste projeto.

Sendo assim, utilizando os *softwares* e os requisitos de sintonia estabelecidos, foi encontrada as matrizes de ganhos contidas na Equação 62:

$$K = \begin{bmatrix} 0,0031 & 0,0245 \end{bmatrix} ; K_I = 2,5218 \quad (62)$$

Aplicando as matrizes da Equação 62 nos vértices do modelo politópico obtêm-se suas dinâmicas de malha fechada, onde a localização dos polos estão presentes na Figura 25

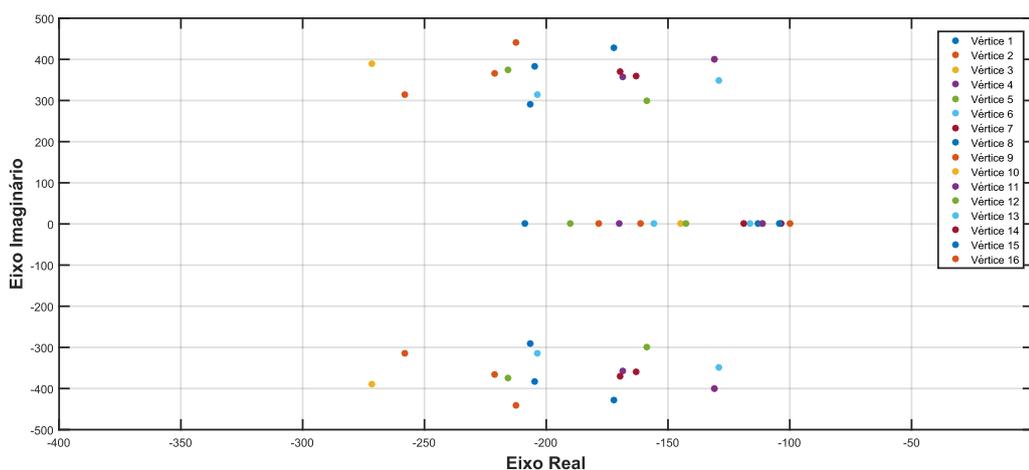


Figura 25 – Localização dos Polos de Malha Fechada

Fonte: Autor

É possível observar que os polos respeitam a localização dos polos impostos pelas restrições laterais. Sendo assim, a resposta temporal dos vértices pode ser vista na Figura 26.

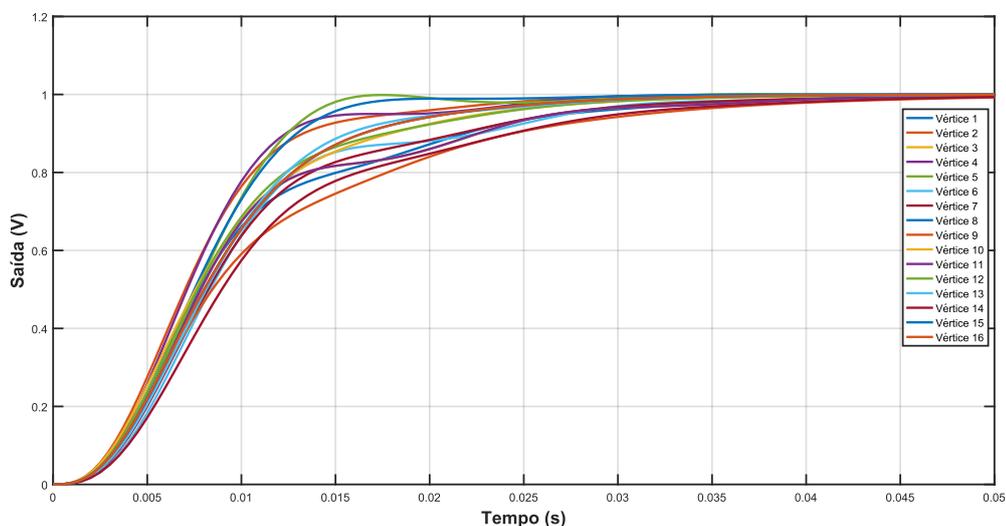


Figura 26 – Resposta ao Degrau dos Vertices em Malha Fechada

Fonte: Autor

Na resposta ao degrau dos vértices observa-se que a restrição lateral atingiu o objetivo de redução do sobressinal do sistema.

### 4.2.2 Análise de Projeto do Controlador por Alocação de Polos

O projeto por sintonia do controlador por alocação de polos envolve a escolha de uma estrutura de controle muito comum no meio industrial chamada RST, na qual se baseia na escolha de polinômios em 3 locais distintos na estrutura de realimentação (Figura 27). Projeto deste controlador utilizou o modelo em formato de função de transferência da planta nominal apresentado na Equação 18.

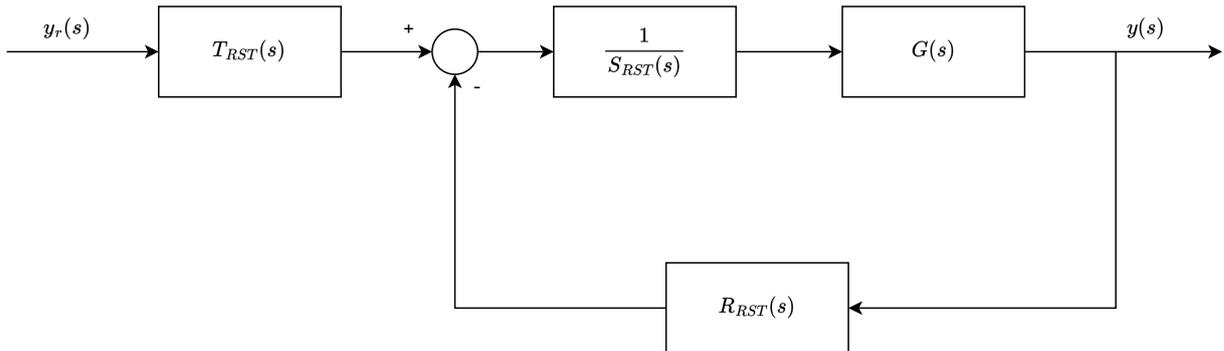


Figura 27 – Estrutura de Controle RST Contínuo

Fonte: Autor

Realizando a separação de denominador e numerador da função de transferência do processo (Equação 63) e aplicando na relação de malha fechada estabelecida no diagrama de blocos do controlador RST (Figura 27), tem-se o sistema compensado da Equação 64:

$$G(s) = \frac{N_g(s)}{D_g(s)} \quad (63)$$

$$\frac{N_c(s)}{D_c(s)} = \frac{N_g(s)T_{RST}(s)}{D_g(s)S_{RST}(s) + N_g(s)R_{RST}(s)} \quad (64)$$

Escolhendo-se os polinômios  $R_{RST}$  e  $S_{RST}(s)$  como de segunda ordem tem-se os polinômios presentes na equações 65 e 66, respectivamente:

$$R_{RST}(s) = r_2s^2 + r_1s + r_0 \quad (65)$$

$$S_{RST}(s) = s(s + s_0) \quad (66)$$

Para realização da alocação escolhe-se uma dinâmica desejada ( $G_d(s)$ ) a ser satisfeita considerando a ordem do denominador de malha fechada ( $D_c(s)$ ), dessa forma, a alocação deve satisfazer a relação estabelecida na Equação 67.

$$G_d(s) = D_c(s) \quad (67)$$

Portanto para satisfazer tal igualdade escolhe-se um sistema de 4ª ordem de forma que são estabelecidas uma dinâmica de 2ª ordem dominante e uma dinâmica

de 2ª ordem auxiliar na qual os polos auxiliares  $(-\alpha)$  são localizados de forma que não afetem a dinâmica dominante, ou seja polos localizados mais longe dos polos dominantes.

$$G_d(s) = (s^2 + 2\zeta\omega_n + \omega_n^2)(s + \alpha)^2 \quad (68)$$

Para sintonia do polinômio  $T_{RST}(s)$  utiliza-se a relação afim zerar o erro de ganho estatico do sistema conforme estabelecido na Equação 69

$$B(0)T_{RST}(0) = Dc(0) \quad (69)$$

Para a ordem definida dos polinômios  $R_{RST}$  e  $S_{RST}$  e aplicando a relação estabelecida na Equação 69, pode ser observado que  $T_{RST}(s)$  obedece a relação estabelecida na Equação 70.

$$t_0 = r_0 \quad (70)$$

Na Tabela 5 está presente a dinâmica desejada do sistema enquanto que na Tabela 6 estão presentes os parâmetros do controlador RST correspondentes aos requisitos da tabela de dinâmica desejada.

Tabela 5 – Parâmetros Desejados para Sintonia do Controlador RST

Funções de Trâns-ferencias	$\omega_n(rad/s)$	$\zeta$	$\alpha$
$G_{d1}$	255,8409	1	$5,1168 \times 10^3$
$G_{d2}$	426,4014	1	$8,5280 \times 10^3$

Fonte: Autor

Tabela 6 – Parâmetros do Controlador RST

Controladores	$r_2$	$r_1$	$r_0$	$s_0$
$C_{RST1}$	3,4314	$1,3326 \times 10^3$	$1,8851 \times 10^5$	$1,0735 \times 10^4$
$C_{RST2}$	19,6288	$1,4182 \times 10^4$	$3,0303 \times 10^6$	$1,7818 \times 10^4$

Fonte: Autor

### 4.3 RESULTADOS DE SIMULAÇÃO

Nesta seção serão avaliados os desempenhos dos controladores no dominio do tempo e no dominio da frequência, onde primeiramente são analisadas as respostas em frequência de ambos os sistemas, curvas de sensibilidade e malha aberta. Posteriormente, são analisadas as respostas no dominio do tempo da planta linear e não linear chaveada, de forma que nesta seção são utilizados os índices de desempenho ISE e ISU, os quais correspondem as equações 71 e 72, respectivamente.

$$ISE = \int e(t)^2 dt \tag{71}$$

$$ISU = \int u(t)^2 dt \tag{72}$$

Onde o índice ISE está associado ao desempenho do sistema no domínio do tempo enquanto que o índice ISU está associado ao esforço de controle realizado por cada controlador.

### 4.3.1 Simulação Modelo Linear

#### 4.3.1.1 Resposta em frequência

De posse dos controladores projetados, pode-se fazer uma análise da resposta em frequência em malha aberta (28) e das curvas de sensibilidade (Figura 29) para investigação das margens de estabilidade a da perturbação nesses controladores.

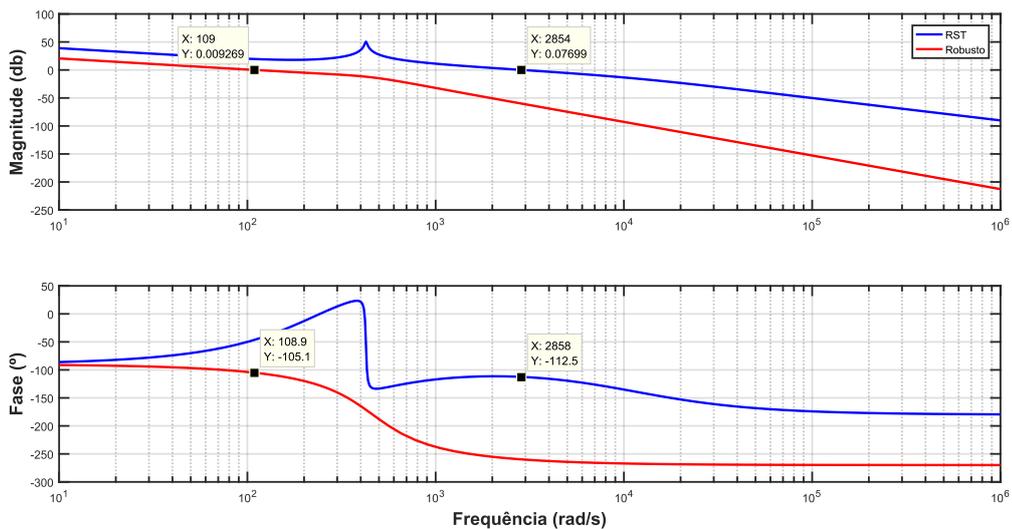


Figura 28 – Resposta em Frequência dos Sistemas em Malha Aberta.

Fonte: Autor

Pelas curvas em malha aberta pode-se afirmar que o sistema controlado pela estrutura RST possui margens de estabilidade menores que o controlador robusto, conforme também é mostrado nas métricas de margem de fase e ganho baseadas nas respostas em malha aberta presentes na Tabela 7.

Tabela 7 – Margens de Estabilidade

Controlador	Fase	Ganho
<i>RST</i>	67,5°	$\infty$
<i>Robusto</i>	75°	13,4 db

Fonte: Autor

Adicionalmente, observa-se que os sistemas iniciam em fase  $-90^\circ$  e com altos ganhos em baixa frequência, o que indica que os sistemas apresenta capacidade de rejeitar perturbações em baixa frequência devido a presença do integrador, conforme foi projetado, na malha de controle em ambos os sistemas.

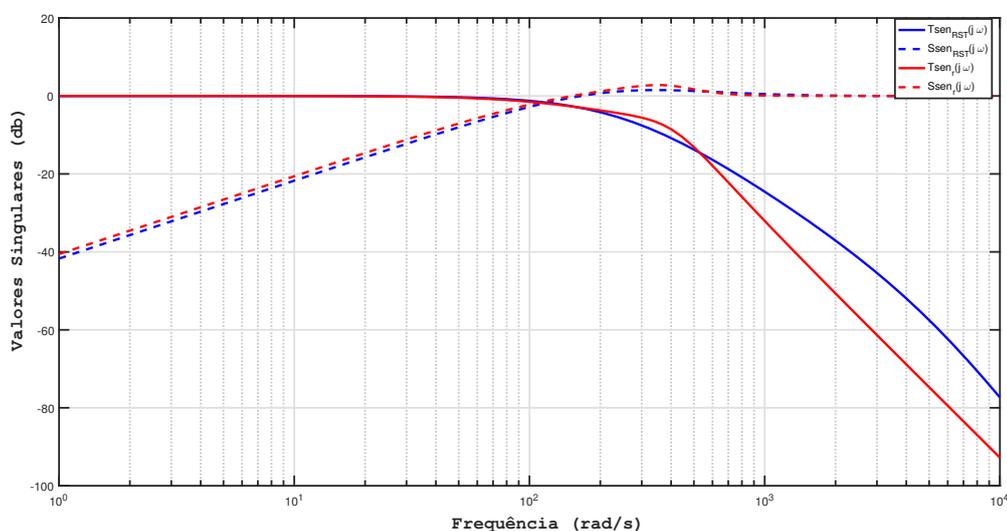


Figura 29 – Resposta dos Controladores à Perturbação Na Entrada do Modelo Linear Nominal

Fonte: Autor

Pelas curvas de sensibilidade é possível inferir que ambos os sistemas possui capacidade de rejeitar perturbações em baixa frequência, porém o controlador RST apresenta uma taxa de rejeição a perturbação de carga (baixa frequência) maior que o controlador robusto, conforme é também observado nas curvas em malha aberta devido aos ganhos maiores da curva de magnitude do RST em relação ao controlador robusto. Entretanto, o efeito inverso é observado nas altas frequências, onde controlador robusto possui maior taxa de atenuação que o controlador RST, de forma que esta afirmação também pode ser inferida nas curvas de malha aberta onde o RST possui elevados ganhos em relação ao robusto nesta faixa de frequência.

### 4.3.1.2 Variação de Referência

O teste envolvendo a variação do sinal de referência no modelo linear com os controladores pode ser visto na Figura 30, onde é realizado uma variação no sinal de 20 para 24 volts na tensão de saída do conversor primário. Na Tabela 8 são apresentados os índices do desempenho desta resposta.

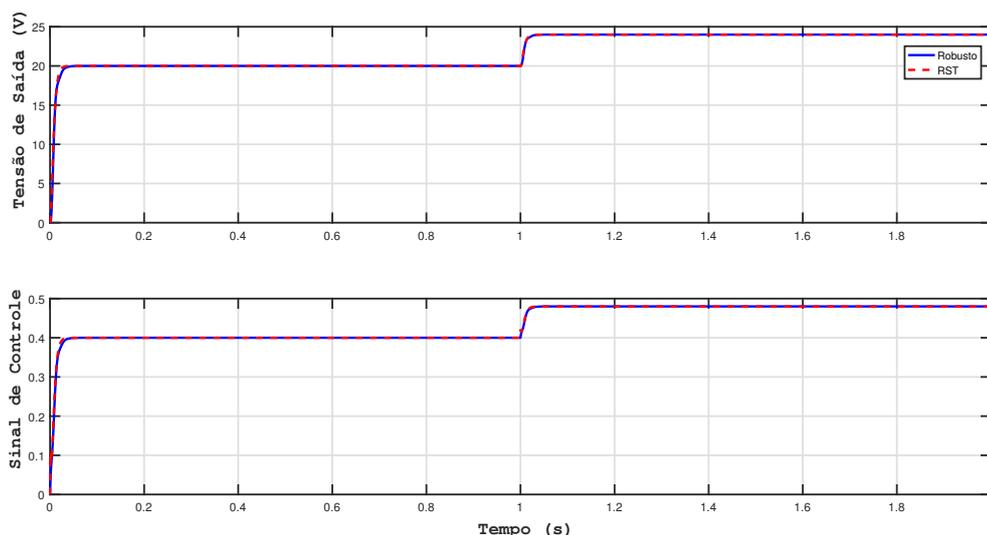


Figura 30 – Resposta dos Controladores no Modelo Linear Nominal

Fonte: Autor

Tabela 8 – Índices de Desempenho da Simulação à Variação de Referência no Modelo Linear

Controlador	ISE	ISU
<i>RST</i>	$1,1423 \times 10^4$	$1,2559 \times 10^3$
<i>Robusto</i>	$1,26142 \times 10^4$	$1,2548 \times 10^3$

Fonte: Autor

É observado pela Figura 30 que os sistemas apresentam velocidade de resposta muito próxima, o que pode ser confirmado por valores próximos das frequências de corte presentes na resposta em frequência e pelo índice de desempenho presente na Tabela 8. O mesmo pode ser inferido quanto ao esforço de controle, conforme é mostrado na figura de resposta à variação de referência e do índice ISU.

### 4.3.1.3 Pertubação na Saída do Processo

Neste teste é avaliado o comportamento do sistema à uma perturbação na saída do processo do tipo carga por meio de uma implementação de um sinal do tipo degrau de amplitude unitária em  $t = 1\text{ s}$ . Os sinais de saída, controle e índices de desempenho são vistos na figura 31, 32, respectivamente e Tabela 9

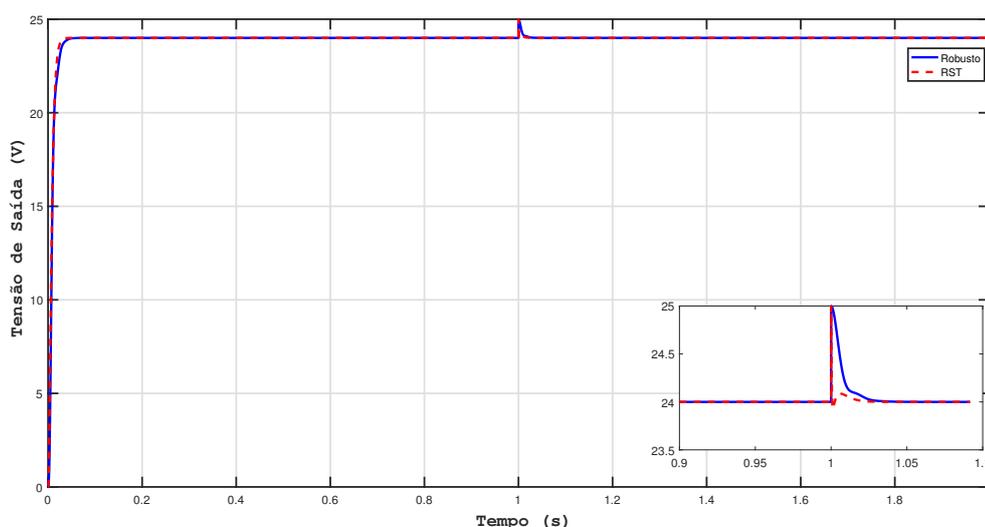


Figura 31 – Resposta dos Controladores à Perturbação Na Saída do Modelo Linear Nominal

Fonte: Autor

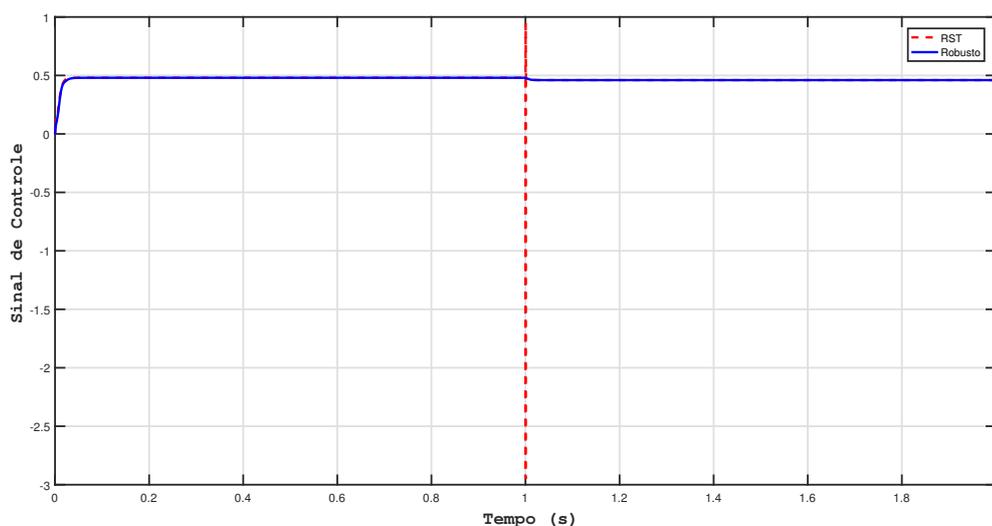


Figura 32 – Sinal de Controle à Perturbação Na Saída do Modelo Linear Nominal

Fonte: Autor

Conforme pode ser observado na Figura 31 o controlador RST teve maior capacidade para a rejeição na presença desta perturbação em relação ao controlador robusto, como pode ser visto pelo menor índice ISE, porém para tal desempenho exigiu-se um custo de energia maior, como pode ser visto pelo maior valor do índice ISU do controlador RST em relação ao robusto, ocorrendo até a saturação do sinal de controle do sistema RST, conforme pode ser observado na Figura 32 .

Tabela 9 – Índices dos Controladores à Perturbação Na Saída do Modelo Linear Nominal

Controlador	ISE	ISU
RST	$1,6080 \times 10^4$	$1,6650 \times 10^3$
Robusto	$1,7746 \times 10^4$	$1,4380 \times 10^3$

Fonte: Autor

### 4.3.2 Simulação do Modelo Não Linear Chaveado

Nesta seção é realizada as simulações dos controladores em um modelo não linear construído no software Simulink. Este modelo foi construído usando bibliotecas de circuitos elétricos capazes de simular o comportamento do processo levando em conta as não linearidades inerentes à presença das chaves de potência do circuito e a presença dos efeitos de ripple de corrente e tensão. Na Figura 33 está presente a construção do conversor primário e na Figura 34 está presente o subsistema secundário com regulador.

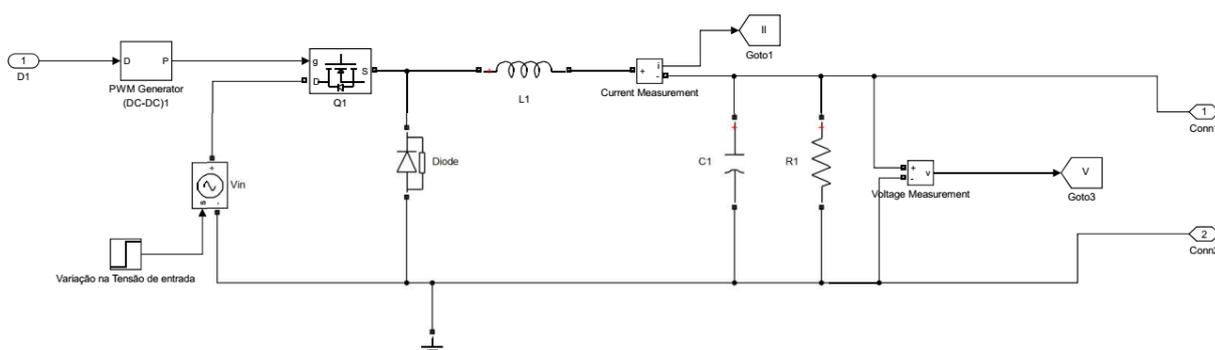


Figura 33 – Modelo Não Linear Chaveado do Conversor Primário

Fonte: Autor

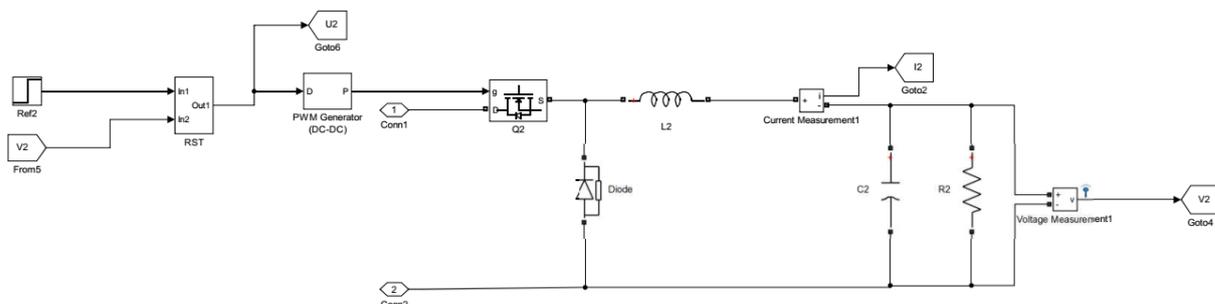


Figura 34 – Modelo Não Linear Chaveado do Conversor Secundário

Fonte: Autor

Para o modelo não linear chaveado, primeiramente foi criado a estrutura de controle robusta no ambiente de simulação (Figura 35) e partir dela são realizadas as simulações envolvendo mudança de referência, de tensão na entrada do circuito, na carga resistiva no conversor primário e da carga de potência constante.

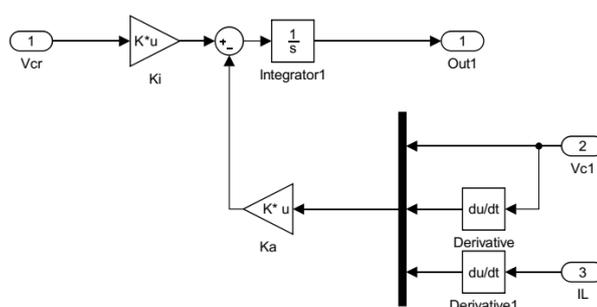


Figura 35 – Diagrama de Blocos do Controlador Robusto

Fonte: Autor

#### 4.3.2.1 Variação de Referência (Modelo Chaveado)

Os resultados referentes ao teste de variação de tensão estão presentes na Figura 36 e na Tabela 10

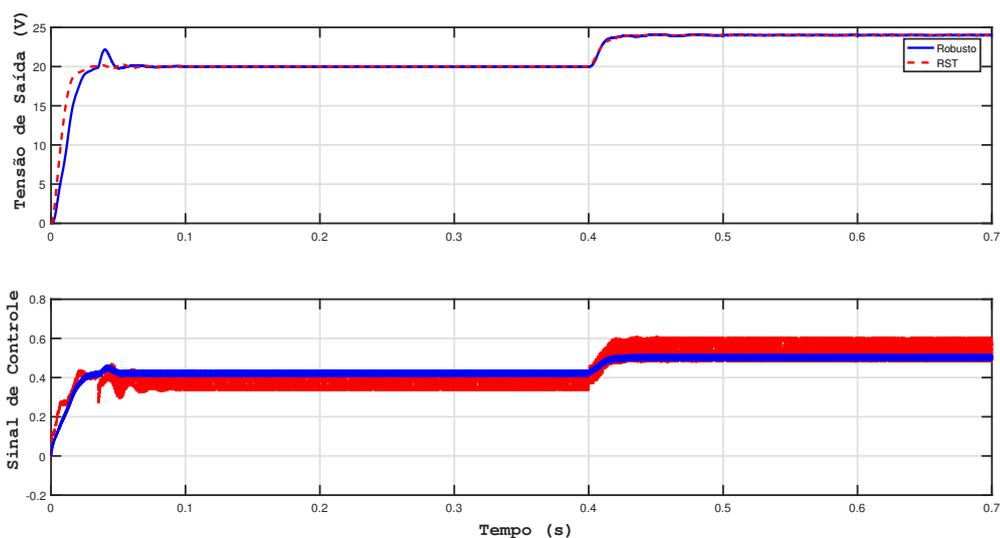


Figura 36 – Resposta dos Controladores no Modelo Chaveado à Variação na Referência

Fonte: Autor

Tabela 10 – Índices de Desempenho de Simulação à Variação na Referência no Modelo Chaveado

Controlador	ISE	ISU
<i>RST</i>	$2,2426 \times 10^6$	$1,1116 \times 10^5$
<i>Robusto</i>	$3,5737 \times 10^6$	$1,0029 \times 10^5$

Fonte: Autor

Na simulação presente na Figura 36 é realizada uma mudança de referência de 20 volts para 24 volts na saída do conversor primário, sendo que pelos resultados apresentados é possível observar que ambos os sistemas apresentam para esse modelo desempenho transitório parecidos, como pode ser confirmado pelo índice ISE, porém observa-se pela resposta do sinal de controle e pelo índice ISU um custo maior no esforço de controle realizado pelo RST em comparação com controlador robusto. Esta última análise corrobora com as observações feitas a cerca das curvas de sensibilidade, visto que o controlador robusto devido a sua capacidade de atenuação de ruídos em alta frequência não reproduziu os efeitos referentes aos *ripple* de tensão e corrente do conversor, ocorrendo atenuação na variação do sinal de controle.

#### 4.3.2.2 Variação na Tensão de Entrada

Posteriormente, é realizada a análise envolvendo variações na alimentação de entrada do circuito, onde é adicionado uma variação de 15 % na tensão de entrada. A resposta do sistema é apresentada na Figura 37 enquanto que o sinal de controle e índices são vistos na Figura 38 e na Tabela 11, respectivamente.

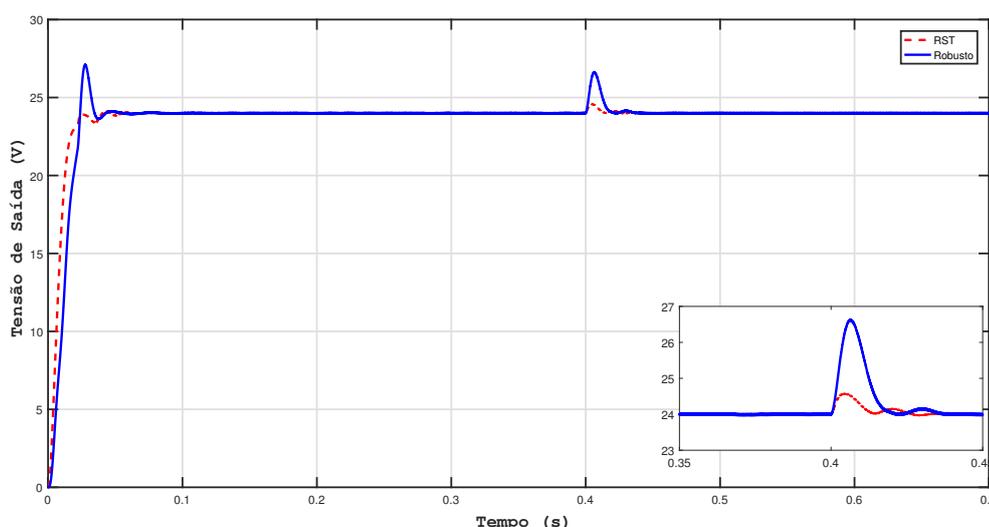


Figura 37 – Resposta dos Controladores à Variação Na Tensão de Entrada(Sinal de Saída)

Fonte: Autor

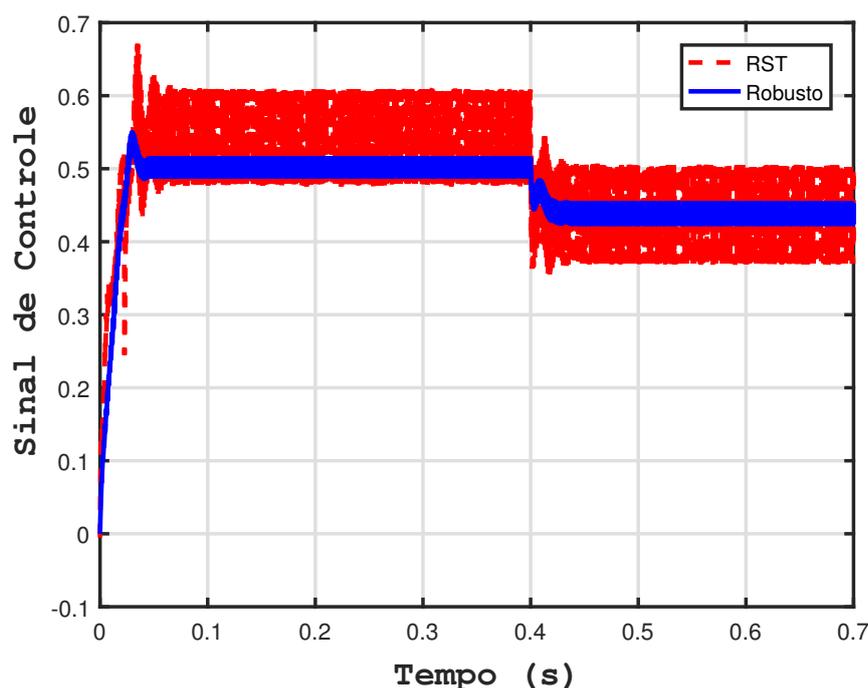


Figura 38 – Resposta dos Controladores à Variação Na Tensão de Entrada(Sinal de Controle)

Fonte: Autor

Tabela 11 – Índices de Desempenho de Simulação à Variação na Tensão de Entrada no Modelo Chaveado

Controlador	ISE	ISU
<i>RST</i>	$3,1072 \times 10^6$	$1,7163 \times 10^5$
<i>Robusto</i>	$4,9822 \times 10^6$	$1,5530 \times 10^5$

Fonte: Autor

É possível observar pela resposta transitória e pelo índice ISE que o controlador RST apresentou maior capacidade de atenuação para esta perturbação do que o controlador robusto, porém para tal efeito exigiu-se um esforço no sinal de controle maior do que o controlador robusto como pode ser observado pelo índice ISU e pelo gráfico do esforço de controle.

#### 4.3.2.3 Variação de Carga Resistiva no Conversor Primário

Para a próxima simulação são consideradas variações de carga no conversor primário, especificamente na carga  $R_1$ , de forma que essa variação corresponde a 50 % do seu valor nominal no instante 0,4s da simulação. Os resultados desta simulação são vistos nas figuras 39 e 40 e na Tabela 12 .

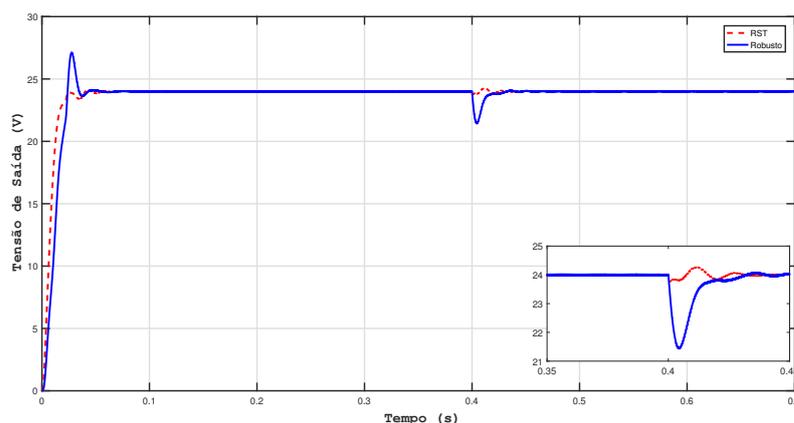


Figura 39 – Resposta dos Controladores à Variação na Carga do Conversor Primário (Sinal de Saída)

Fonte: Autor

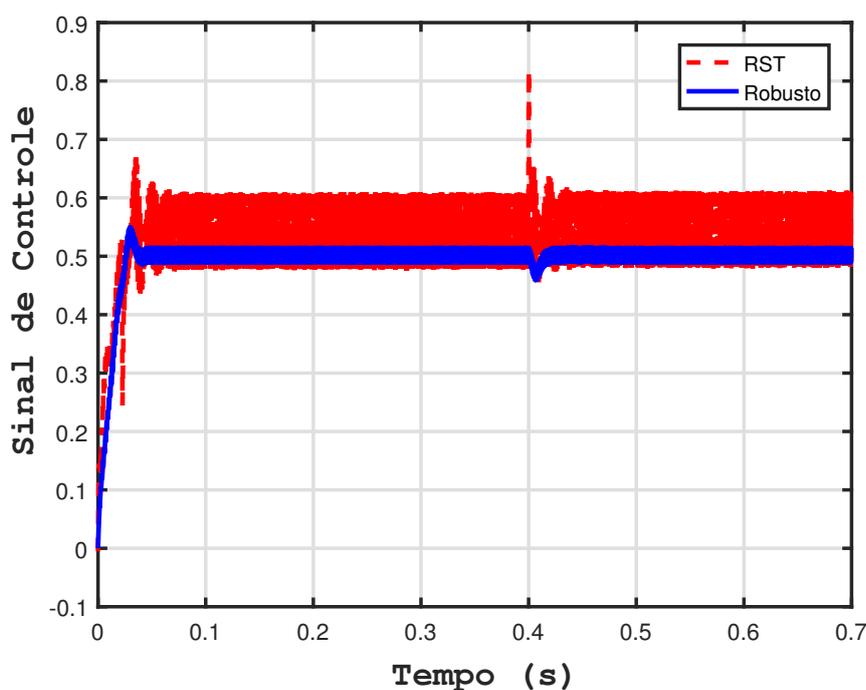


Figura 40 – Resposta dos Controladores à Variação na Carga do Conversor Primário (Sinal de Controle)

Fonte: Autor

Como pode ser observado nas simulações, ambos os controladores são capazes de atenuar o efeito da variação de carga no sistema, onde de acordo com a Figura 39, novamente o RST apresentou melhor desempenho para tal comportamento, conforme é corroborado com índice ISE. Porém tal controlador apresentou maior esforço de controle em relação ao sistema robusto para tal desempenho, conforme é demonstrado pela Figura 40 e pelo índice ISU.

Tabela 12 – Índices de Desempenho de Resposta à Variação de Carga

Controlador	ISE	ISU
<i>RST</i>	$3,1057 \times 10^6$	$2,0276 \times 10^5$
<i>Robusto</i>	$4,9755 \times 10^6$	$1,7255 \times 10^5$

Fonte: Autor

#### 4.3.2.4 Variação na Carga de Potência Constante

Como último teste no sistema chaveado, é avaliado o comportamento do sistema à variação na carga de potência constante, sendo que nesta simulação a carga inicialmente estabelecida em 45w é variada para 80w no mesmo tempo de simulação que as demais simulações realizadas neste trabalho (0,4 segundos). Os resultados envolvendo sinais de saída, controle e índices de desempenho, os quais podem ser vistos na Figura 41 e 42 e na Tabela 13, respectivamente.

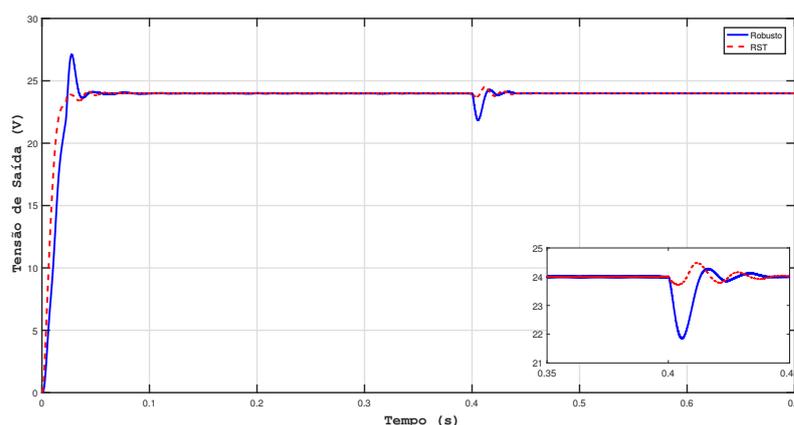


Figura 41 – Resposta dos Controladores à Variação na Carga de Potência Constante (Sinal de Saída)

Fonte: Autor

Tabela 13 – Índices de Desempenho de Resposta à Variação de Carga de Potência Constante

Controlador	ISE	ISU
<i>RST</i>	$3,1067 \times 10^6$	$1,9640 \times 10^5$
<i>Robusto</i>	$4,96265 \times 10^6$	$1,7265 \times 10^5$

Fonte: Autor

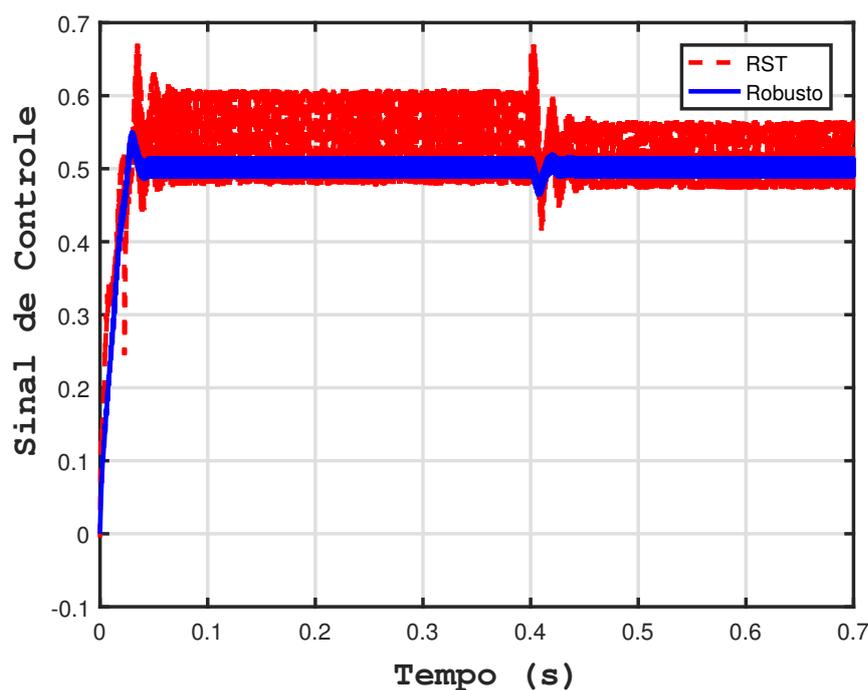


Figura 42 – Resposta dos Controladores à Variação na Carga de Potência Constante (Sinal de Controle)

Fonte: Autor

É possível observar pelo resultado em simulação que o sistema se comportou de maneira similar as demais variações (Carga e tensão de entrada), onde o sistema RST apresentou maior capacidade de atenuação que o controlador robusto, comprovado pelo gráfico de resposta e pelo índice ISE, entretanto apresentou um esforço de controle maior para esse desempenho, conforme é mostrado no gráfico do esforço de controle e pelo índice ISU.

### 4.3.3 Simulação do Modelo de Incertezas

Nesta seção são feitas simulações do modelo linear na presença de incertezas paramétricas, de forma que os intervalos de cada um dos componentes (Definido na Tabela 3) são divididos em 8 pontos, sendo assim são realizadas  $8^4$  simulações. As simulações estão presentes na Figura 43

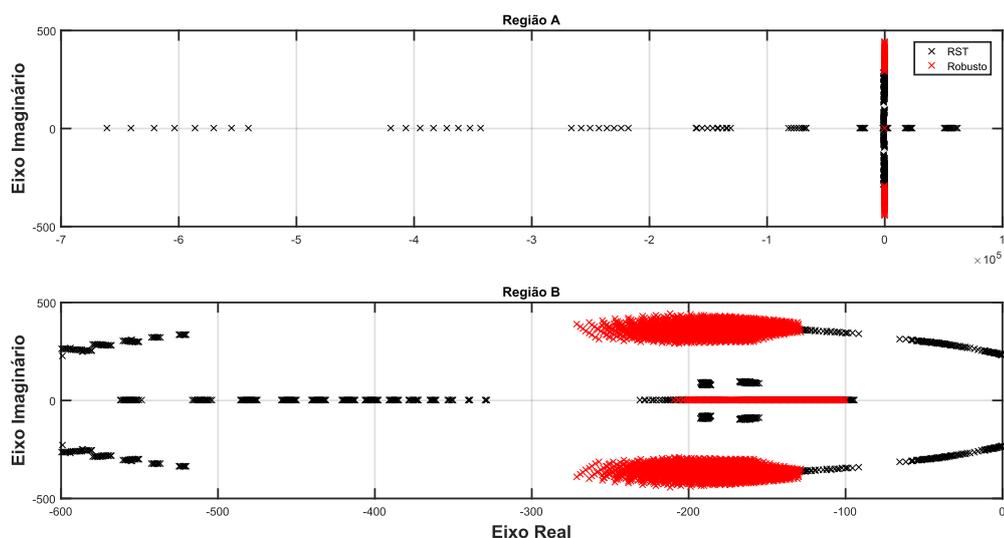


Figura 43 – Localização do Polos do Sistema em Malha Fechada na presença de Incertezas

Fonte: Autor

Na Figura 43 é possível observar 2 regiões, onde a região A mostra a localização de todos os polos dos sistemas frente às variações paramétricas, a qual permite inferir que o controlador por alocação não consegue garantir desempenho e nem estabilidade nas variações consideradas, enquanto que o compensador robusto garante a estabilidade do processo. Na região B é visualizado um recorte da região A de -100 à -600 no eixo real, a qual permite inferir que o controlador garante não somente a estabilidade do sistema como também o desempenho estabelecido em seu projeto.

## 5 CONCLUSÃO

O estudo deste trabalho teve como foco a implementação do controlador robusto à incertezas paramétricas utilizando como sintonia métodos de otimização estruturados em formato LMI, implementado a um sistema de microrrede. Esse estudo conseguiu avaliar o desempenho do sistema, seja em modelo linear médio e não linear chaveado, em diferentes condições de operação, avaliando suas limitações e resultado e comparando-se com controladores sintonizados por métodos mais estabelecidos como o alocação de polos estruturado em formato RST .

Verificou-se que para testes envolvendo sistemas onde as incertezas paramétricas não estão presentes o controlador sintonizado por alocação de polos apresentou bom desempenho, atingindo velocidade ligeiramente maior porém com custo de controle maior que o controlador robusto. Porém quando foi investigado seu comportamento em variação de parâmetros observa-se a degradação de seu desempenho em relação ao controlador robusto, de forma que em alguns intervalos pode ocorrer a instabilidade do sistema controlado por alocação.

Sendo assim, o controlador robusto sintonizado por LMI apresenta resultados consistentes com as problemáticas estabelecidas, garantindo não somente estabilidade frente as variações paramétricas comuns em circuitos em meio industrial como também a garantia de desempenho transiente necessário para bom desempenho dos circuitos implementados em microrredes.

## REFERÊNCIAS

- ANDALIBI, Milad; HAJIHOSSEINI, Mojtaba; GHEISARNEJAD, Meysam; KHOOBAN, Mohammad-Hassan; BOUDJADAR, Jalil. A Novel Method for Stabilizing Buck-Boost Converters with CPL using Model Prediction Control. *In: 2021 22nd IEEE International Conference on Industrial Technology (ICIT)*. [S.l.: s.n.], 2021. v. 1, p. 541–545.
- BESSA, Isaías V.; MEDEIROS, Renan L. P.; BESSA, Iury V.; AYRES, Florindo A.C.; LUCAS, Kevin E. Stabilization of DC Microgrids with Point-of-Load Converters as Constant Power Loads. *In: 2019 IEEE 15th Brazilian Power Electronics Conference and 5th IEEE Southern Power Electronics Conference (COBEP/SPEC)*. [S.l.: s.n.], 2019. p. 1–6.
- BOYD, Stephen; EL GHAOUI, Laurent; FERON, Eric; BALAKRISHNAN, Venkataramanan. **Linear Matrix Inequalities in System and Control Theory**. [S.l.]: Society for Industrial e Applied Mathematics, 1994.
- CESPEDES, Mauricio; XING, Lei; SUN, Jian. Constant-Power Load System Stabilization by Passive Damping. **IEEE Transactions on Power Electronics**, v. 26, n. 7, p. 1832–1836, 2011.
- CHOI, Byungcho; CHO, B.H.; HONG, Sung-Soo. Dynamics and control of DC-to-DC converters driving other converters downstream. **IEEE Transactions on Circuits and Systems I: Fundamental Theory and Applications**, v. 46, n. 10, p. 1240–1248, 1999.
- DU, Weijing; ZHANG, Junming; ZHANG, Yang; QIAN, Zhaoming. Stability Criterion for Cascaded System With Constant Power Load. **IEEE Transactions on Power Electronics**, v. 28, n. 4, p. 1843–1851, 2013.
- DUAN, Guang-Ren; YU, Hai-Hua. **LMIs in Control Systems: Analysis, Design and Applications**. 1. ed. [S.l.]: CRC Press, 2013.
- HASSAN, Mustafa Alrayah; HE, Yigang. Constant Power Load Stabilization in DC Microgrid Systems Using Passivity-Based Control With Nonlinear Disturbance Observer. **IEEE Access**, v. 8, 2020.
- HOSSAIN, Eklas; PEREZ, Ron; NASIRI, Adel; PADMANABAN, Sanjeevikumar. A Comprehensive Review on Constant Power Loads Compensation Techniques. **IEEE Access**, v. 6, p. 33285–33305, 2018.
- KAZIMIERCZUK, M.K. **Pulse-Width Modulated DC-DC Power Converters**. [S.l.]: Wiley, 2015. ISBN 9781119009573.

KWASINSKI, Alexis; ONWUCHEKWA, Chimaobi N. Dynamic Behavior and Stabilization of DC Microgrids With Instantaneous Constant-Power Loads. **IEEE Transactions on Power Electronics**, v. 26, n. 3, p. 822–834, 2011.

MARCILLO, Kevin Eduardo Lucas; GUINGLA, Douglas Antonio Plaza; BARRA, Walter; DE MEDEIROS, Renan Landau Paiva; ROCHA, Erick Melo; BENAVIDES, David Alejandro Vaca; NOGUEIRA, Fabricio Gonzalez. Interval Robust Controller to Minimize Oscillations Effects Caused by Constant Power Load in a DC Multi-Converter Buck-Buck System. **IEEE Access**, v. 7, p. 26324–26342, 2019.

MATTOS AFFONSO, Carolina da. **Aplicação de Técnicas de Controle Robusto Baseadas em LMI's Para Sistemas Elétricos de Potência**. 1999. Diss. (Mestrado) – Universidade Federal de Santa Catarina.

MEDEIROS, Renan Landau de. **Investigação de Estratégias de Controle Robusto Multivariável Descentralizado Aplicadas à Melhoria do Desempenho de um Conversor de Potência CC/CC do Tipo Buck com Estrutura Single Inductor Multiple Output**. 2018. Tese (Doutorado) – Belém.

MELLO, Luiz Fernando Pereira de. **Projetos de Fontes Chaveadas: Teoria e Prática**. 1. ed. [S.l.]: Editora Érica, 2011.

AL-NUSSAIRI, Mohammed Kh.; BAYINDIR, Ramazan; HOSSAIN, Eklas. Fuzzy logic controller for Dc-Dc buck converter with constant power load. *In*: 2017 IEEE 6th International Conference on Renewable Energy Research and Applications (ICRERA). [S.l.: s.n.], 2017. p. 1175–1179.

PATHAN, Moin; THOSAR, Archana; DHOTE, Vyankatesh. Bus Voltage Control of DC Microgrid using Sliding Mode Control. *In*: 2018 3rd IEEE International Conference on Recent Trends in Electronics, Information and Communication Technology (RTEICT). [S.l.: s.n.], 2018. p. 1418–1424.

SKOGESTAD, Sigurd; POSTLETHWAITE, Ian. **Multivariable Feedback Control: Analysis and Design**. 2. ed. [S.l.]: Wiley-Interscience, 2005.

STEVENS, Brian L.; LEWIS, Frank L.; JOHNSON, Eric N. **Aircraft Control and Simulation: Dynamics, Controls Design, and Autonomous Systems**. 3. ed. [S.l.]: Wiley-Blackwell, 2015.

VAFAMAND, Navid; YOUSEFIZADEH, Shirin; KHOOBAN, Mohammad Hassan; BENDTSEN, Jan Dimon; DRAGIČEVIĆ, Tomislav. Adaptive TS Fuzzy-Based MPC for DC Microgrids With Dynamic CPLs: Nonlinear Power Observer Approach. **IEEE Systems Journal**, v. 13, n. 3, p. 3203–3210, 2019.

VALENTE DE BESSA, Isaiás; MEDEIROS, Renan L. P.; MODESTO TORRES, Gustavo; BESSA, Iury; AYRES JUNIOR, Florindo A. C.;

MELO DE CARVALHO, Marenice; FERREIRA LUCENA JUNIOR, Vicente. Estabilização de reguladores de tensão da topologia buck conectado a uma CPL utilizando técnicas de controle baseadas em LMI [Not available in English]. *In*: 2021 14th IEEE International Conference on Industry Applications (INDUSCON). [S.l.: s.n.], 2021. p. 417–423.